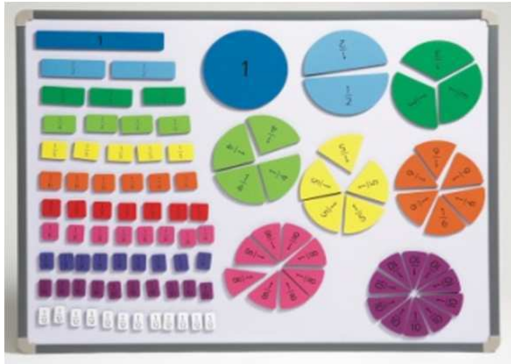
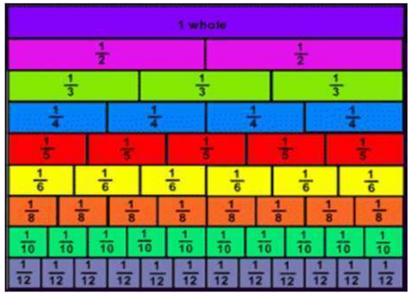
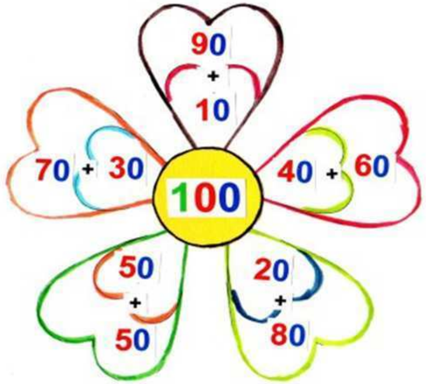






Partie entière			Partie décimale					
…	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	…
	3	7	1	6	8	4	9	
	3	7	1	6	8	6		

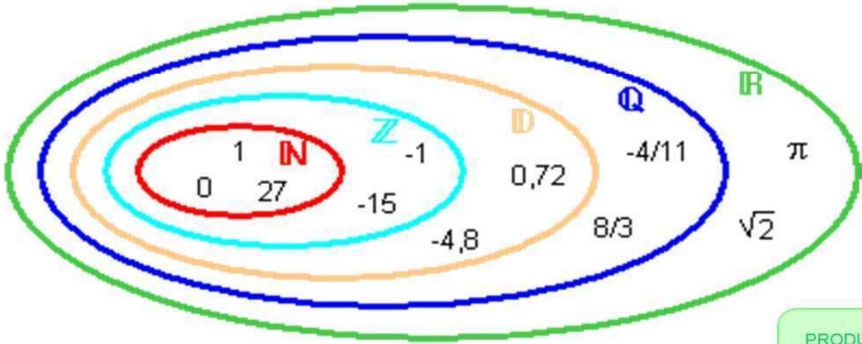
même partie entière

même chiffre

même chiffre

même chiffre

STOP 4<6



Inverse d'une puissance de 10

$1 \div 10^5 = 10^{-5}$

Ecriture des grands nombres :

$10^5 = 100000$

1 2 3 4 5

c'est un 1 suivi de 5 zéros

PRODUIT DE PUISSANCES :

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

QUOTIENT DE PUISSANCES :

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

PUISSANCE DE PUISSANCES :

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

$(ab)^m = a^m \times b^m$ et $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Numérique

Nombres

NOMBRES ENTIERS, DECIMAUX, COMPARAISON

Nombres entiers naturels : nombres que l'on peut trouver dans la nature (que l'on peut compter avec ses doigts).

Ex : Un troupeau de 200 moutons OU Un tas de 1347 cailloux

Chiffres et Nombres :
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 sont les dix chiffres qui permettent d'écrire tous les nombres (de même que les lettres de A à Z permettent d'écrire tous les mots).

Ex : 1 054 est un nombre entier de 4 chiffres.
7 est un nombre entier d'un seul chiffre.

Pour pouvoir lire un grand nombre entier facilement, on regroupe ses chiffres par tranches de 3 en partant de la droite, puis on peut s'aider d'un tableau.

Ex : 1049658723 s'écrit 1 049 658 723 et se lit
un milliard quarante-neuf millions six cent cinquante-huit mille sept cent vingt-trois.

Classe des **milliards**			Classe des **millions**			Classe des **milliers**			Classe des **unités**		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	Centaines	Dizaines	Unités
		1	*0*	*4*	*9*	*6*	*5*	*8*	*7*	*2*	*3*

Décomposition

1 049 658 723 =

$1 \times 1\,000\,000\,000$	1 est le chiffre des **unités de milliards**
$+ 0 \times 100\,000\,000$	0 est le chiffre des **centaines de millions**
$+ 4 \times 10\,000\,000$	4 est le chiffre des **dizaines de millions**
$+ 9 \times 1\,000\,000$	9 est le chiffre des **unités de millions**
$+ 6 \times 100\,000$	6 est le chiffre des **centaines de mille**
$+ 5 \times 10\,000$	5 est le chiffre des **dizaines de mille**
$+ 8 \times 1\,000$	8 est le chiffre des **unités de mille**
$+ 7 \times 100$	7 est le chiffre des **centaines**
$+ 2 \times 10$	2 est le chiffre des **dizaines**
$+ 3 \times 1$	3 est le chiffre des **unités**

Nombre décimal : a un nombre fini de chiffres après la virgule.
Il a une partie entière et une partie décimale.

Ex : 1345 , 789 est un nombre décimal.

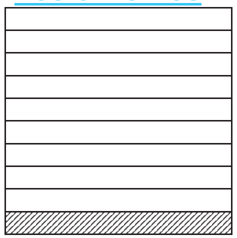
Partie entière — Partie décimale

Partie entière	Partie décimale		
	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
1 3 4 5,	7	8	9

Un nombre décimal est entier lorsque sa partie décimale est nulle.
Un nombre entier est un nombre décimal.

Ex : 73 = 73,0 = 73,00
est un nombre entier et décimal.

Les dixièmes

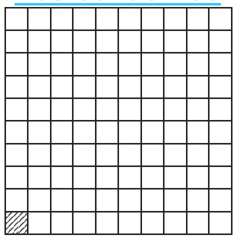


Quand on coupe une unité en 10 parties égales, on obtient des dixièmes.

Un dixième se note : $\frac{1}{10}$.

Dans l'unité, il y a 10 dixièmes donc : $1 = \frac{10}{10}$.

Les centièmes



Quand on coupe une unité en 100 parties égales, on obtient des centièmes.

Un centième se note : $\frac{1}{100}$.

Dans l'unité, il y a 100 centièmes donc : $1 = \frac{100}{100}$.

Décomposition en fractions décimales

$\underbrace{1345}_{\text{partie entière}} \;,\; \underbrace{789}_{\text{partie décimale}}$

7 est le chiffre des dixièmes (! 4 est le chiffre des dizaines),
8 est le chiffre des centièmes, 9 est le chiffre des millièmes.

$$= (1\times1000) + (3\times100) + (4\times10) + (5\times1) + (7\times\frac{1}{10}) + (8\times\frac{1}{100}) + (9\times\frac{1}{1000})$$

NOMBRES ENTIERS, DECIMAUX, COMPARAISON

MULTIPLES ET SOUS-MULTIPLES DE 10

Multiplier et Diviser par 10 100 1000 …

Règle de calcul :
• Multiplier par 10, 100 ou 1000
revient à déplacer la virgule vers la droite
d'autant de rang(s) que de zéro(s), en plaçant un ou des zéros si nécessaire.

Règle de calcul :
• Diviser par 10, 100 ou 1000
revient à déplacer la virgule vers la gauche
d'autant de rang(s) que de zéro(s), en plaçant un ou des zéros si nécessaire.

Exemples

18,53 x 10 = 185,3	27,49 : 10 = 2,749
18,53 x 100 = 1 853	27,49 : 100 = 0,274 9
18,53 x 1000 = 18 530	27,49 : 1000 = 0,027 49

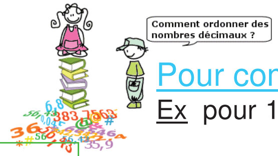
Multiplier et Diviser par 0,1 0,01 0,001 …

Règles de calcul :

Multiplier par…	**0,1**	**c'est diviser par…**	**10**
Multiplier par…	**0,01**	**c'est diviser par…**	**100**
Multiplier par…	**0,001**	**c'est diviser par…**	**1 000**
Multiplier par…	**0,0001**	**c'est diviser par…**	**10 000**
			…etc…
Diviser par…	**0,1**	**c'est multiplier par…**	**10**
Diviser par…	**0,01**	**c'est multiplier par…**	**100**
Diviser par…	**0,001**	**c'est multiplier par…**	**1 000**
Diviser par…	**0,0001**	**c'est multiplier par…**	**10 000**
			…etc…

Exemples

18,53 : 0,1 = 18,53 x 10 = 185,3	27,49 x 0,1 = 27,49 : 10 = 2,749
18,53 : 0,01 = 18,53 x 100 = 1 853	27,49 x 0,01 = 27,49 : 100 = 0,274 9
18,53 : 0,001 = 18,53 x 1000 = 18 530	27,49 x 0,001 = 27,49 : 1000 = 0,027 49



COMPARAISON ET ENCADREMENT

Pour comparer : On regarde les chiffres de même rang de gauche à droite.

Ex pour 12,57 et 12,563   1 2 , 5 $\boxed{7}$
1 2 , 5 $\boxed{6}$ 3   7 > 6 donc 12,57 > 12,563

Pour encadrer : On utilise un nombre plus petit et un nombre plus grand.

Ex 12,56 < 12, 563 < 12,57 => encadrement au centième près
12 < 12, 563 < 13 => encadrement à l'unité près
(c'est-à-dire entre deux entiers consécutifs)

Ordre croissant : du plus petit au plus grand.
Ordre décroissant : du plus grand au plus petit.

<	se lit "plus petit que" ou "inférieur à".	>	se lit "plus grand que" ou "supérieur à".
≤	se lit "inférieur ou égal à".	≥	se lit "supérieur ou égal à".

Ex 8,9 < 11 $4,56 = \frac{456}{100}$ 15,2 ≥ 15,19

APPROXIMATIONS DECIMALES

Valeurs approchées

A l'unité (nombre entier), au dixième (un chiffre après la virgule), au centième (deux chiffres après la virgule) …etc…

4   4,7   4,72   4,723   4,7239   4,724   4,73   4,8   5

valeurs approchées par défaut   valeurs approchées par excès

Troncature (= valeur approchée par défaut)

On 'coupe' le nombre pour donner une valeur approchée.

Ex au centième => on 'coupe' après le chiffre des centièmes.   4,72 39

Arrondi

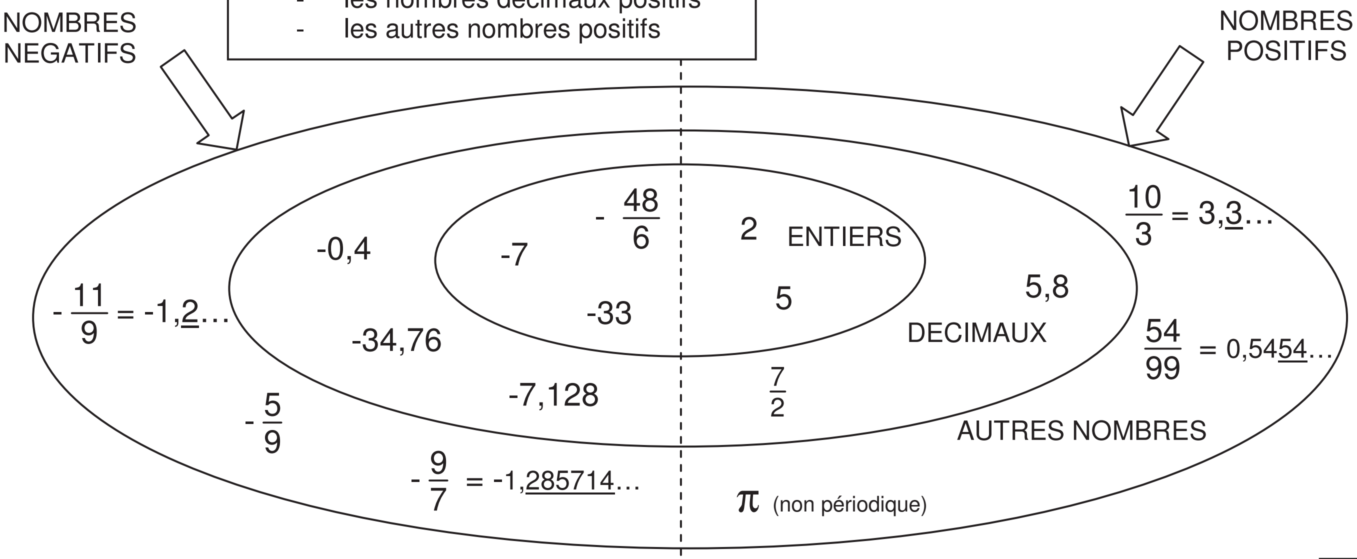
=> valeur approchée la plus proche du nombre (par défaut ou par excès)

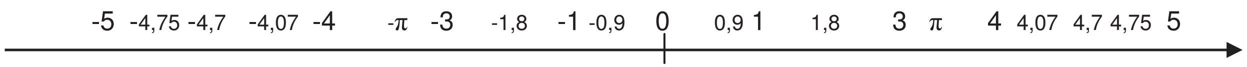
Ex Arrondi au dixième d'un nombre : on regarde le chiffre des centièmes
- si ce chiffre est 0; 1; 2; 3; 4 => on garde le chiffre des dixièmes (VA par défaut),
- si ce chiffre est 5; 6; 7; 8; 9 => on l'augmente de un dixième (VA par excès).

Ex Arrondi au centième de 4,7239 : 4,72
Arrondi au millième de 4,7239 : 4,724

NOMBRES RELATIFS

Jusqu'en 6^{e}, en maths, on utilise :
- les nombres entiers naturels
- les nombres décimaux positifs
- les autres nombres positifs





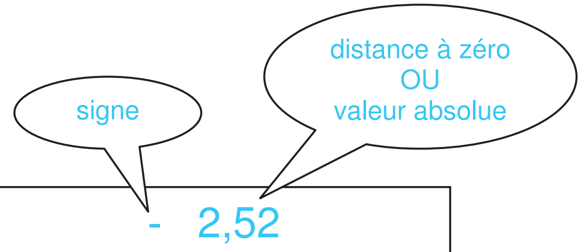
$-5 < -4,75 < -4,7 < -4,07 < -4 < -\pi < -3 < -1,8 < -1 < -0,9 < 0 < 0,9 < 1 < 1,8 < 3 < \pi < 4 < 4,07 < 4,7 < 4,75 < 5$

Ensuite, nous utilisons aussi :
- les nombres entiers négatifs
- les nombres décimaux négatifs
- les autres nombres négatifs

Ces nombres sont utiles pour :
- les températures,
- les dates (avant et après J.C.),
- les calculs bancaires,
- les altitudes (en dessous de la mer)…

Calcul de distance

Distance de A à B ou Longueur du segment [AB] :
AB = BA = différence des abscisses
= abscisse la plus grande – abscisse la plus petite
Remarque : Une distance est toujours positive.



Opposé de -2,52 = + 2,52

$-5 < -2,8 < -2,52 < -2 < 0 < 1,01 < 1,1$

0 est positif et négatif : 0 = -0
- a s'appelle l'opposé de a : -a + a = 0
$\frac{1}{a}$ (a≠0) s'appelle l'inverse de a : a x $\frac{1}{a}$ = 1

Addition et Soustraction

Pour soustraire un nombre relatif,
on additionne son opposé.
-5 – (+2) = -5 -2 = -7
-5 – (-2) = -5 +2 = -3
On peut regrouper les positifs et les négatifs
pour effectuer les calculs.

Multiplication (et Division)

Le produit (et le quotient) de deux nombres relatifs de même signe est positif.
5 x 2 = 10 et (-5) x (-2) = 10
Le produit (et le quotient) de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.
-5 x 2 = -10 et 5 x (-2) = -10

Rappels : a x 0 = 0 et $\frac{0}{a}$ = 0 (a≠0)

PUISSANCES

Définition : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

Pour a un nombre

Vocabulaire : a^n se lit 'a puissance n' ou 'a exposant n'.

Puissances de 10 :

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$
$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$
$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$
$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$ …etc…

Ex : $327\,246 = 3.10^5 + 2.10^4 + 7.10^3 + 2.10^2 + 4.10^1 + 6.10^0$

: 10	$10^3 = 1\,000$	(3 zéros)
: 10	$10^2 = 100$	(2 zéros)
: 10	$10^1 = 10$	(1 zéro)
: 10	$10^0 = 1$	(0 zéro)
: 10	$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$	(1 zéro)
: 10	$10^{-2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{10^2} = 0{,}01$	(2 zéros)
: 10	$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$	(3 zéros)
: 10	$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0{,}0001$	(4 zéros)

Puissances spéciales :

$1^n = 1$
$0^n = 0$ (n>0)
$a^1 = a$
$a^0 = 1$ $(a \neq 0)$
$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $(a \neq 0)$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$
L'inverse de a^n est a^{-n}.

Ecriture scientifique :

C'est la seule écriture de la forme : $a \times 10^p$

telle que a : nombre décimal à un seul chiffre avant la virgule, chiffre ≠ 0 ; p : entier relatif (positif ou négatif)

Ex : $2\,569{,}8 = 2{,}5698 \times 10^3$
$0{,}01287 = 1{,}287 \times 10^{-2}$

Remarque :

On parle d'écriture ingénieur pour la forme $a \times 10^p$ où :
- a est un nombre compris entre 1 et 1000
- p est un entier relatif multiple de 3

Ex : $2\,569{,}8 = 2{,}5698 \times 10^3$
$0{,}01287 = 12{,}87 \times 10^{-3}$

Remarque :

$7 \times 7 = 49$ $\quad \sqrt{49} = 7$
7 est la racine carrée de 49.
$\sqrt{8} \cong 2{,}83$ La calculatrice nous donne un ordre de grandeur.

Règles de calcul :

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$

!!! Pas de règle pour $a^n + b^n$!!!
!!! Pas de règle pour $a^n - b^n$!!!

Produit :

$a^n \times a^m = a^{n+m}$

Ex : $a^2 \times a^3$
$= axa \times axaxa$
$= a^5$
$= a^{2+3}$

Ex : $a^4 \times a^0$
$= a^4 \times 1$
$= a^4$

Quotient : $(a \neq 0)$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Ex : $\frac{a^5}{a^2}$
$= \frac{axaxaxaxa}{axa}$
$= a \times a \times a = a^3$
$= a^{5-2}$

$\frac{a^2}{a^5} = a^{2-5} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$

$\frac{a^3}{a^3} = 1 = a^{3-3} = a^0$

Inverse :

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $(b \neq 0)$

Puissance :

$(a^n)^m = a^{n \times m}$

Ex : $(a^2)^3$
$= a^2 \times a^2 \times a^2$
$= a \times a \times a \times a \times a \times a$
$= a^6 = a^{2 \times 3}$

DECIMAUX ET PUISSANCES DE 10

Nombres décimaux et puissances de 10

Un nombre décimal peut s'écrire sous différentes formes
en utilisant les puissances de 10:

Ex : 5345,12

M	C	D	U	d	c	m	
$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$	$\times 10^0$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	
5	3	4	5,	1	2		5 345,12 (écriture décimale)
5	3,	4	5	1	2		53,451 2 $\times 10^2$
5	3	4	5	1,	2		53 451,2 $\times 10^{-1}$
5	3	4	5	1	2	0,	5 345 120 $\times 10^{-3}$
5,	3	4	5	1	2		5,345 12 $\times 10^3$ (écriture scientifique)

La virgule se trouve toujours
dans la colonne de la puissance de 10 utilisée.

Parmi ces écritures, les plus courantes sont :

◇ La première: L'écriture décimale
La virgule est dans la colonne 10^0 = **unité**
Ex : **5345,12**

◇ le dernière: L'écriture scientifique
La virgule est après le **premier chiffre** non nul.
La puissance de 10 s'appelle alors l'**ordre de grandeur**.
Ex : **5,345 12 x 10^3**

Multiples du mètre (préfixes grecs)

1 **déca**mètre	= 1	**da**m =	10^1 m = 10 m
1 **hecto**mètre	= 1	**h**m =	10^2 m = 100 m
1 **kilo**mètre	= 1	**k**m =	10^3 m = 1 000 m
1 **méga**mètre	= 1	**M**m =	10^6 m = 1 000 000 m
1 **giga**mètre	= 1	**G**m =	10^9 m = 1000 000 000 m
1 **téra**mètre	= 1	**T**m =	10^{12} m = 1000 000 000 000 m

Sous-multiples du mètre (préfixes latins)

1 **déci**mètre	= 1	**d**m =	10^{-1} m = 0,1 m
1 **centi**mètre	= 1	**c**m =	10^{-2} m = 0,01 m
1 **milli**mètre	= 1	**m**m =	10^{-3} m = 0,001 m
1 **micro**mètre	= 1	**p**m =	10^{-6} m = 0,000 001 m
1 **nano**mètre	= 1	**n**m =	10^{-9} m = 0,000 000 001 m
1 **pico**mètre	= 1	**p**m =	10^{-12} m = 0,000 000 000 001 m

RACINES CARREES

Définition : La racine carrée d'un nombre est le seul nombre positif dont le carré est égal à ce nombre.

Pour $a \geq 0$, $\sqrt{a^2} = a$ et $(\sqrt{a})^2 = a$

Vocabulaire :

$\sqrt{a}$ se lit "racine carrée de a" ou "radical de a"

Ex : $\sqrt{25} = \sqrt{5 \times 5} = 5$

$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \cong 2{,}8$ (résultat donné par la calculatrice)

A NE PAS OUBLIER
Les "carrés parfaits"

$\sqrt{0} = 0$
$\sqrt{1} = 1$
$\sqrt{4} = 2$
$\sqrt{9} = 3$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{25} = 5$
$\sqrt{36} = 6$
$\sqrt{49} = 7$
$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{144} = 12$
$\sqrt{169} = 13$
$\sqrt{196} = 14$
$\sqrt{225} = 15$

Résolution d'équation $x^2 = A$:

- Si $A < 0$: l'équation n'a pas de solution car un carré est toujours positif,
- Si $A = 0$: l'équation a pour seule solution $x = 0$,
- Si $A > 0$: l'équation a deux solutions.

Ex : $x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \sqrt{36} = 6$ ou $x = -\sqrt{36} = -6$

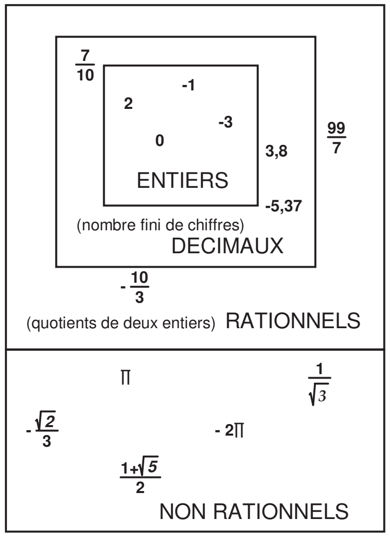
car $6 \times 6 = 36$ et $(-6) \times (-6) = 36$

Comprendre pour approfondir :

$x^2 = 36$
$x^2 - 36 = 0$
$x^2 - 6^2 = 0$
$(x - 6)(x + 6) = 0$

Donc :

$x - 6 = 0$ ou $x + 6 = 0$
$x = 6$ ou $x = -6$



A et B sont positifs, $B \neq 0$.

$\sqrt{A} \times \sqrt{B} = \sqrt{A \times B}$

$\sqrt{A}\,\sqrt{B} = \sqrt{AB}$

$\dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\dfrac{A}{B}}$

ATTENTION

Il n'y a pas de formule pour :

$\sqrt{A + B}$ $\sqrt{A - B}$ $\sqrt{A} + \sqrt{B}$ $\sqrt{A} - \sqrt{B}$

Remarque :

a et b sont positifs,

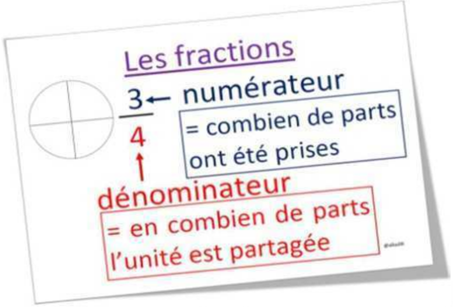
$\sqrt{a^2\, b} = \sqrt{a^2}\,\sqrt{b} = a\sqrt{b}$

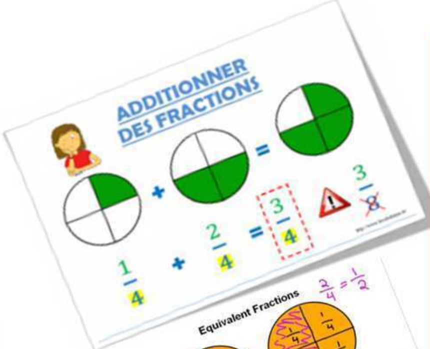
Ex : $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4}\,\sqrt{3} = \sqrt{2 \times 2}\,\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

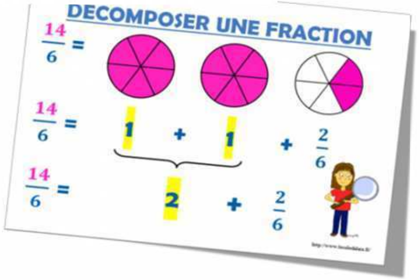
$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3}$

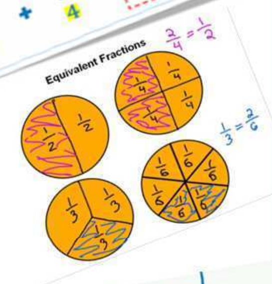
Pour $\sqrt{12} + \sqrt{75}$, il n'y a pas de formule.

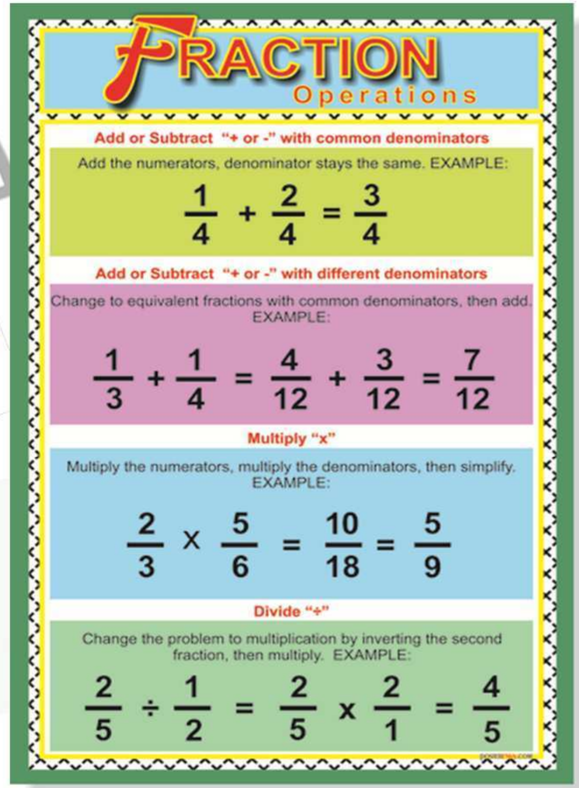
On peut tout de même écrire $\sqrt{12} + \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

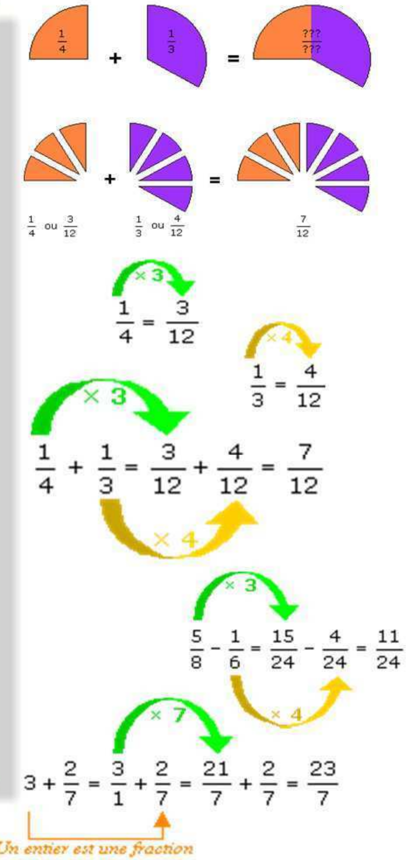


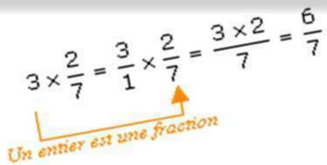


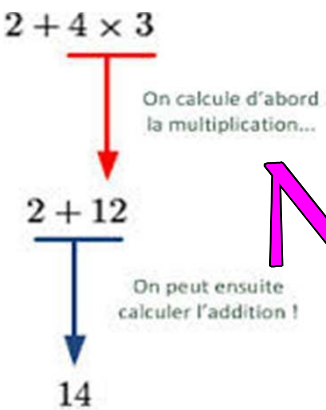






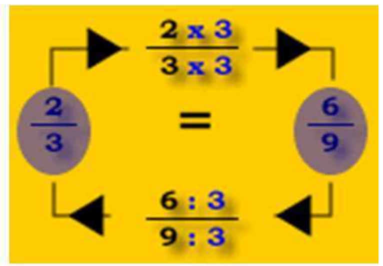


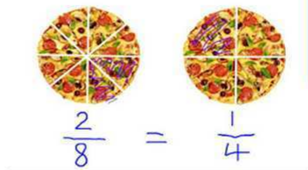




Numérique

Opérations





TECHNIQUES OPERATOIRES

Addition

		1	+ 1				
	1	2	3	4	,	5	
+		6	7	8	,	0	9
=	1	9	1	2	,	5	9

0 + 9 = 9

4 + 8 = 12 = 1 dizaine et 2 unités

Soustraction

	1	2	1 3	1 4	,	5
–		1 6	+ 1 7	8		
=		5	5	6	,	5

13 – 8 = 5 5 – 0 = 5

1 dizaine et 4 unités : 14 – 8 = 6

ATTENTION ! : Il faut écrire les termes en alignant d'abord les **UNITES**, puis les dizaines, les centaines…etc… les dixièmes, les centièmes.

Multiplication

		1	2	,	3	4	5
x			6	,	7	8	
			9	8	7	6	0
+		8	6	4	1	5	•
+	7	4	0	7	0	•	•
=	8	3 ,	6	9	9	1	0

x 8
x 7
x 6

Les facteurs comportent 3 décimales et 2 décimales,
il y a donc 3 + 2 = 5 décimales au résultat.
(entier x 0,001 x 0,01 = entier x 0,00001)
On place la virgule en comptant 5 décimales.

ATTENTION, quand on effectue une multiplication, on n'obtient pas toujours un nombre plus grand. Ex : 20 x 0,4 = 8

Ordre de grandeur

Pour calculer l'ordre de grandeur d'une opération, on remplace les nombres par des nombres proches mais plus simples.

Ex : Un ordre de grandeur de 19,486 x 1,912 est 20 x 2 = 40.

TECHNIQUES OPERATOIRES

Division

DIVIDENDE = DIVISEUR x QUOTIENT + RESTE

Vocabulaire :

3 et 5 sont des **diviseurs** de 15.
15 est un **multiple** de 3 et de 5.
15 est **divisible** par 3 et par 5.

Le **quotient** de 15 par 3 est le nombre
qui multiplié par 3 donne 15 → ? x 3 = 15
5 est le quotient de 15 par 3 → 5 x 3 = 15
Donc on écrit 15 : 3 = 5

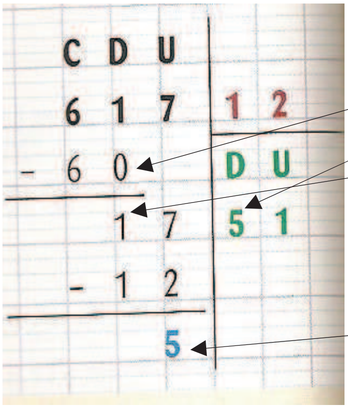
DIVIDENDE	DIVISEUR
	QUOTIENT
RESTE	

AVEC RESTE < DIVISEUR

Remarques : ATTENTION !!!

* Le reste doit toujours être inférieur au diviseur.
* On ne peut jamais diviser par 0.

Division euclidienne : les nombres sont entiers, **le quotient aussi**



Sur cette opération, on a repéré Centaines, Dizaines, Unités.

On cherche le multiple de 12 le plus proche de 61 → 60.
60 = 5 x 12
On calcule 61 – 60 = 1 (On écrit la soustraction ou pas.)

Il reste 1 dizaine, on 'abaisse' les 7 unités.

On cherche le multiple de 12 le plus proche de 17 → 12.
17 – 12 = 5. Il reste donc 5 unités.

617 = 12 x 51 + 5 et 5 < 12

Division décimale : au moins un nombre est décimal non entier, on franchit la décimale au quotient quand on la franchit au dividende.

3 cas

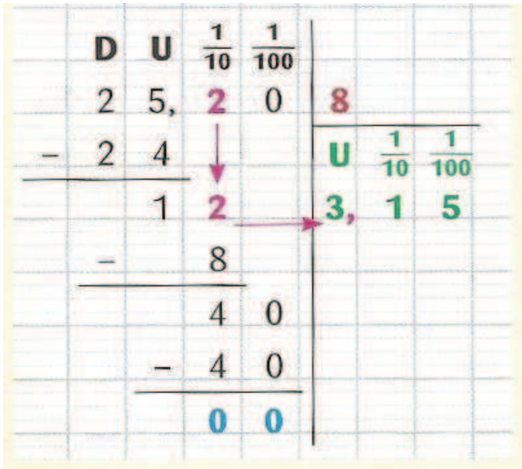
● Dividende et diviseur entiers : la division 'ne tombe pas juste, on la continue'
Ex : 5 : 4 = 1,25 On ajoute une virgule et des 0 (0 dixièmes, 0 centièmes…).

● Dividende décimal non entier : on continue l'opération après avoir franchi la virgule.
Ex : 5,4 : 4 = 1,35 On ajoute des 0 pour continuer l'opération si besoin.

● Diviseur décimal non entier : on peut multiplier le dividende et le diviseur par un multiple de 10 sans changer le résultat. => On revient à une division par un entier.
Ex : 5,25 : 4,2 = 52,5 : 42 = 1,25

A la fin du calcul, il y a deux possibilités :

● Si la division s'arrête, on a trouvé le **quotient exact.**
(Il n'est pas forcément entier, mais c'est la valeur exacte de l'opération.)
● Si la division ne s'arrête pas (**division périodique**), on ne pourra donner qu'une **valeur approchée** du résultat (par une troncature ou un arrondi).



Sur cette opération, on a repéré Dizaines, Unités, dixièmes et centièmes.

Attention !!! Ne pas oublier de placer la virgule au quotient avant d'abaisser le chiffre des dixièmes.

On ajoute un 0 dans les centièmes pour pouvoir continuer la division (on a le droit car 25,20 = 25,2).

Il reste 0, donc la division s'arrête :

25,2 : 8 = 3,15

3,15 est le quotient exact non entier de 25,2 par 8.

LES QUATRE OPERATIONS

OPERATION	Signe	Le résultat s'appelle…	a et b s'appellent…	Propriétés	OPERATION INVERSE	Signe	Le résultat s'appelle…	a et b s'appellent…	Remarques
ADDITION	+	La somme	Les termes	Quels que soient les décimaux, * $a + b = b + a$ * $(a + b) + c = a + (b + c)$ * $a + 0 = a$ * si a est entier, a + 1 est l'entier qui suit a	SOUSTRACTION	–	La différence	Les termes	Dans le système décimal, * $a - b$ n'existe que si $a \geq b$. * $a - b = 0$ si $a = b$.
MULTIPLICATION prioritaire sur addition et soustraction (s'il n'y a pas de parenthèses)	**X** **ou** **RIEN**	Le produit	Les facteurs	Quels que soient les décimaux, * $a \times b = b \times a$ * $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ * $a \times 1 = a$ * $a \times 0 = 0 \times a = 0$ * $k \times (a+b) = k\times a + k\times b$ $k \times (a-b) = k\times a - k\times b$	DIVISION prioritaire sur addition et soustraction (s'il n'y a pas de parenthèses)	**:** **ou** **/** **ou** $\frac{a}{b}$ **fract**	Le quotient	Le dividende et le diviseur	* b est **toujours** $\neq 0$ * $a : b$ n'existe pas toujours dans le système décimal. Ex $10 : 3 \approx 3{,}3333…$ n'est pas décimal (il ne s'écrit pas avec un nombre fini de chiffres). * $a : b = 1$ si $a = b$. * $a : b \geq 1$ si $a \geq b$ * $a : b \leq 1$ si $a \leq b$

Règle de calcul : Dans une suite de calculs, on effectue d'abord les calculs situés à l'intérieur des parenthèses. Ex : $5 + (4 - 1) = 5 + 3 = 8$

ENCHAINEMENTS ET PRIORITES D'OPERATIONS

Les mathématiciens se sont mis d'accord pour adopter des règles communes, pour l'écriture ou le calcul. On les appelle des **conventions**.

Organisation des calculs

Exemple :

$$
\begin{aligned}
& 3 \times [\,94 - (10 + 4)\,] \\
= \; & 3 \times [\,94 - \boxed{14}\,] \\
= \; & 3 \times \boxed{80} \\
= \; & \boxed{240}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& 23 - [\,(\,3 \times (\,2 + 4{,}5\,)\,) - (\,2 \times 1{,}5\,)\,] \\
= \; & 23 - [\,(\,3 \times \boxed{6{,}5}\,) - (\,2 \times 1{,}5\,)\,] \\
= \; & 23 - [\,\boxed{19{,}5} - (\,2 \times 1{,}5\,)\,] \\
= \; & 23 - [\,19{,}5 - \boxed{3{,}5}\,] \\
= \; & 23 - \boxed{16{,}5} \\
= \; & \boxed{6{,}5}
\end{aligned}
$$

L'ordre des priorités dans les calculs est :

1. Puissances, Numérateur et Dénominateur des Quotients
2. Multiplications et Divisons de gauche à droite
3. Additions et Soustractions de gauche à droite

Ecriture des Puissances :

a au carré : $a^2 = a \times a$

a au cube : $a^3 = a \times a \times a$

a puissance 6 : $a^6 = a \times a \times a \times a \times a \times a$

Les calculs entre parenthèses et crochets

sont calculés en priorité, de l'intérieur vers l'extérieur

A l'intérieur des Parenthèses et Crochets, les mêmes règles de priorité s'appliquent.

La barre d'une fraction ou d'une racine carrée joue le rôle d'une parenthèse.

$A = 23 - [3 \times (2 + 4{,}5) - 2 \times 1{,}5]$

Les parenthèses les plus à l'intérieur

$A = 23 - [3 \times 6{,}5 - 2 \times 1{,}5]$

Les multiplications prioritaires à l'intérieur des parenthèses

$A = 23 - [19{,}5 - 3]$

Les parenthèses

$A = 23 - 16{,}5$

$\boxed{A = 6{,}5}$

La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Convention d'écriture :

On peut supprimer le signe ' x ' devant les lettres et devant les parenthèses.

$a\,b = a \times b$ et $2\,(\,3 + 4\,) = 2 \times (\,3 + 4\,)$

FRACTIONS

Ecriture fractionnaire : quotient de deux nombres a et b (b≠0)

a : b = ------ avec a <= a est le numérateur, b <= b est le dénominateur

$\frac{a}{b}$ est le quotient exact de a par b.

Fraction : $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers (b≠0)

Spéciales :

$\frac{1}{2}$ = un demi — $\frac{1}{10}$ = un dixième

$\frac{1}{3}$ = un tiers — $\frac{1}{100}$ = un centième

$\frac{1}{4}$ = un quart — $\frac{1}{1000}$ = un millième

(Remarque : Une fraction unitaire est une fraction de numérateur 1.)

Fractions décimales :

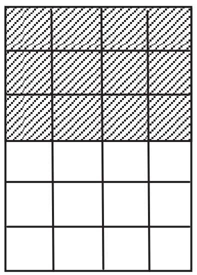
Fractions de dénominateur

10; 100; 1000 …etc…

Ex $\frac{27}{10}$; $\frac{4}{100}$; $\frac{3268}{1000}$; $\frac{1}{10000}$

Deux quotients sont égaux
si on multiplie ou si on divise
le numérateur et le dénominateur
par un même nombre (≠ 0) :

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$



Exemple : La tablette de chocolat…

moitié de la tablette = 3 barres sur 6 = 12 carrés sur 24

Il y a la même quantité !!! Donc $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{12}{24}$

Simplifier une fraction : trouver une fraction égale avec un numérateur et un dénominateur plus petits

Fraction irréductible : fraction que l'on ne peut plus simplifier

Un nombre est divisible par…	Si…
Divisibilité par 2:	le chiffre des unités est 0; 2; 4; 6 ou 8
Divisibilité par 5:	le chiffre des unités est 0 ou 5
Divisibilité par 10:	le chiffre des unités est 0
Divisibilité par 100:	les deux derniers chiffres sont 00
Divisibilité par 1000:	les trois derniers chiffres sont 000
Divisibilité par 3:	la somme de ses chiffres est aussi divisible par 3
Divisibilité par 9:	la somme de ses chiffres est aussi divisible par 9
Divisibilité par 4:	le nombre formé par ses deux derniers chiffres est aussi divisible par 4.

IL EST IMPERATIF DE BIEN CONNAITRE SES TABLES DE MULTIPLICATION !

Règles de calcul

a, b, c, d sont des nombres,
c ≠ 0 et d ≠ 0

$$\frac{a}{c} \times b = \frac{a \times b}{c}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$$

Pas de calcul direct possible :
mettre au même dénominateur

$$\frac{a}{e} + \frac{b}{e} = \frac{a+b}{e}$$

$$\frac{a}{e} - \frac{b}{e} = \frac{a-b}{e}$$

Pour comparer, additionner et soustraire :
mettre au même dénominateur !!!
(réduire au même dénominateur)

Pour multiplier : simplifier les fractions

Diviser, c'est multiplier par l'inverse !

pour a, b, c, d des nombres, a ≠ 0 b ≠ 0, c ≠ 0 et d ≠ 0

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Rappels :

$\frac{1}{a}$ est l'inverse de a (⚠ -a est son opposé),

$\frac{b}{a}$ est l'inverse de $\frac{a}{b}$ (⚠ $-\frac{a}{b}$ est son opposé).

Pourcentage : *p % d'une quantité = $\frac{p}{100}$ x quantité = p x quantité : 100*

JMlesMathsFaciles.fr.nf

MA BOITE A OUTILS MATHS-COLLEGE

NUMERIQUE - OPERATIONS 4.

COMPLEMENT .

Définition : Nombre premier => Nombre divisible seulement par 1 et lui-même.

DECOMPOSITIONS

1	Nombre premier	21	3 x 7	41	Nombre premier	61	Nombre premier	81	3x3x3x3 (9x9; 3x27)
2	Nombre premier	22	2 x 11	42	2x3x7 (2x21; 3x14; 6x7)	62	2 x 31	82	2 x 41
3	Nombre premier	23	Nombre premier	43	Nombre premier	63	3x3x7 (3x21; 9x7)	83	Nombre premier
4	2 x 2	24	2x2x2x3 (2x12; 3x8; 4x6)	44	2x2x11 (2x22; 4x11)	64	2x2x2x2x2x2 (2x32; 4x16; 8x8)	84	2x2x3x7 (2x42;4x21;6x14;3x28;12x7)
5	Nombre premier	25	5 x 5	45	3x3x5 (3x15; 5x9)	65	5 x 13	85	5 x 17
6	2 x 3	26	2 x 13	46	2 x 23	66	2x3x11 (2x33; 3x22; 6x11)	86	2 x 43
7	Nombre premier	27	3x3x3 (3x9)	47	Nombre premier	67	Nombre premier	87	3 x 29
8	2x2x2 (2x4)	28	2x2x7 (2x14; 4x7)	48	2x2x2x2x3 (2x24;3x16;4x12;8x6)	68	2x2x17 (2x34; 4x17)	88	2x2x2x11 (2x44; 4x22; 8x11)
9	3 x 3	29	Nombre premier	49	7 x 7	69	3 x 23	89	Nombre premier
10	2 x 5	30	2x3x5 (2x15; 5x6; 3x10)	50	2 x 5 x 5 (2x25; 5x10)	70	2x5x7 (2x35; 5x14; 7x10)	90	2x3x3x5 (3x30; 5x18; 6x15; 10x9)
11	Nombre premier	31	Nombre premier	51	3 x 17	71	Nombre premier	91	7 x 13
12	2x2x3 (2x6; 3x4)	32	2x2x2x2x2 (2x16; 4x8)	52	2x2x13 (4x13; 2x26)	72	2x2x2x3x3 (2x36;3x24;4x18;6x12;8x9)	92	2x2x23 (2x46; 4x23)
13	Nombre premier	33	3 x 11	53	Nombre premier	73	Nombre premier	93	3 x 31
14	2 x 7	34	2 x 17	54	2x3x3x3 (2x27; 3x18; 6x9)	74	2 x 37	94	2 x 47
15	3 x 5	35	5 x 7	55	5 x 11	75	3x5x5 (3x25; 5x15)	95	5 x 19
16	2x2x2x2 (2x8; 4x4)	36	2x2x3x3 (2x18; 3x12; 4x9; 6x6)	56	2x2x2x7 (2x28; 4x14; 7x8)	76	2x2x19 (2x39; 4x19)	96	2x2x2x2x2x3 (2x48;3x32;4x24;6x16;8x12)
17	Nombre premier	37	Nombre premier	57	3 x 19	77	7 x 11	97	Nombre premier
18	2x3x3 (2x9; 3x6)	38	2 x 19	58	2 x 29	78	2x3x13 (2x39; 3x26; 6x13)	98	2x7x7 (2x49; 14x7)
19	Nombre premier	39	3 x 13	59	Nombre premier	79	Nombre premier	99	3x3x11 (3x33; 9x11)
20	2x2x5 (2x10; 4x5)	40	2x2x2x5 (2x20; 4x10; 5x8)	60	2x2x3x5 (2x30;3x20;4x15;5x12;6x10)	80	2x2x2x2x5 (2x40; 4x20;8x10; 5x16)	100	2x2x5x5 (2x50;5x20;4x25;10x10)

PGCD ET PPCM

Exemple :

Multiples de 24 : 0; 24; 48; $\boxed{72}$; 96; 120; $\boxed{144}$ …

Multiples de 36 : 0; 36; $\boxed{72}$; 108; $\boxed{144}$ …

Parmi les multiples communs à 24 et 36, le plus petit non nul est 72 :

Plus **P**etit **C**ommun **M**ultiple de 24 et 36 → **PPCM** (24; 36) = 72

Exemple :

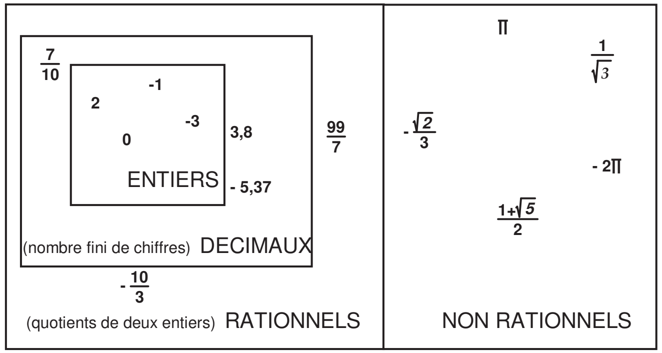
Diviseurs de 24 : $\boxed{1}$; $\boxed{2}$; $\boxed{3}$; $\boxed{4}$; $\boxed{6}$; 8; $\boxed{12}$; 24.

Diviseurs de 36 : $\boxed{1}$; $\boxed{2}$; $\boxed{3}$; $\boxed{4}$; $\boxed{6}$; 9; $\boxed{12}$; 18; 36.

Parmi les diviseurs communs à 24 et 36, le plus grand est 12 :

Plus **G**rand **C**ommun **D**iviseur à 24 et 36 → **PGCD** (24; 36) = 12

RAPPEL



Les diviseurs communs à deux nombres permettent de simplifier une fraction.
Le plus grand d'entre eux, le **PGCD**, permet de la rendre **irréductible**.

Ex : $\dfrac{24}{36} = \dfrac{2 \times 12}{3 \times 12} = \dfrac{2}{3}$ $\qquad \dfrac{2}{3}$ est une fraction irréductible.

Remarque :

Si $\dfrac{a}{b}$ est irréductible, PGCD(a ; b) = 1.

On dit que a et b sont premiers entre eux.

L'algorithme d'Euclide permet de déterminer le PGCD de deux nombres grâce aux divisions euclidiennes.
On peut également utiliser l'algorithme des différences (soustractions successives), généralement plus longue…

Algorithme d'Euclide

(divisions successives)

On divise le plus grand nombre par le plus petit.
On recommence en divisant le diviseur par le reste.

On recommence autant de fois que nécessaire jusqu'à trouver un reste nul.

Lorsque le reste est 0, l'algorithme s'arrête,
le **PGCD** est le **dernier reste non nul** trouvé.

Ex : Calcul du PGCD de 144 et 78

Soustractions successives

144 – 78 = 66
78 – 66 = 12
66 – 12 = 54
54 – 12 = 42
42 – 12 = 30
30 – 12 = 18
18 – 12 = 6
12 – 6 = $\boxed{6}$
6 – $\boxed{6}$ = 0

PGCD (144 ; 78) = 6

144 : 6 = 24
78 : 6 = 13

$\dfrac{144}{78} = \dfrac{24 \times 6}{13 \times 6} = \dfrac{24}{13}$ (fraction irréductible)

Ex : Calcul du PGCD de 462 et 546

Algorithme d'Euclide :

Divisions successives

546 = 462 x 1 + 84

462 = 84 x 5 + $\boxed{42}$

84 = $\boxed{42}$ x 2 + 0

PGCD (462 ; 546) = 42

462 : 42 = 11
546 : 42 = 13

$\dfrac{462}{546} = \dfrac{42 \times 11}{42 \times 13} = \dfrac{11}{13}$ (fraction irréductible)

JMlesMathsFaciles.fr.nf

MA BOITE A OUTILS MATHS-COLLEGE

NUMERIQUE - OPERATIONS 5.

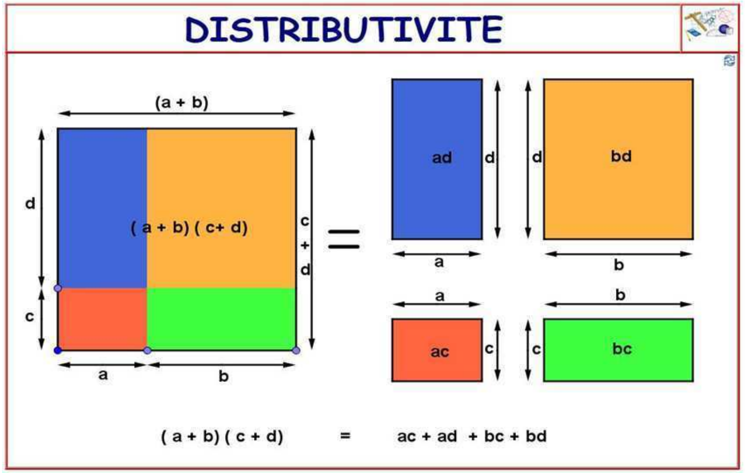
COMPLEMENT .

NOMBRES PREMIERS

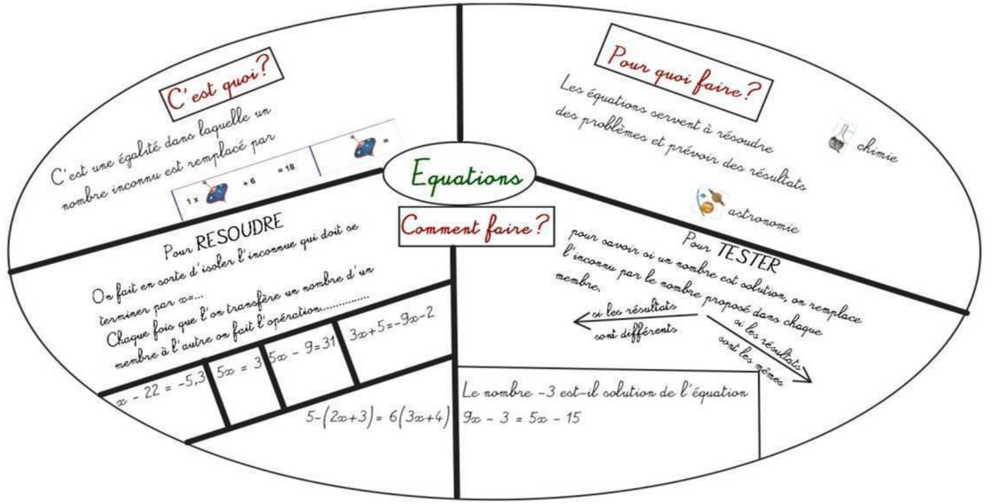
2	101	211	307	401	503	601	701	809	907	1009	1201	1409	1601	1801	2003	2203	2411	2609	2801
3	103	223	311	409	509	607	709	811	911	1013	1213	1423	1607	1811	2011	2207	2417	2617	2803
5	107	227	313	419	521	613	719	821	919	1019	1217	1427	1609	1823	2017	2213	2423	2621	2819
7	109	229	317	421	523	617	727	823	929	1021	1223	1429	1613	1831	2027	2221	2437	2633	2833
11	113	233	331	431	541	619	733	827	937	1031	1229	1433	1619	1847	2029	2237	2441	2647	2837
13	127	239	337	433	547	631	739	829	941	1033	1231	1439	1621	1861	2039	2239	2447	2657	2843
17	131	241	347	439	557	641	743	839	947	1039	1237	1447	1627	1867	2053	2243	2459	2659	2851
19	137	251	349	443	563	643	751	853	953	1049	1249	1451	1637	1871	2063	2251	2467	2663	2857
23	139	257	353	449	569	647	757	857	967	1051	1259	1453	1657	1873	2069	2267	2473	2671	2861
29	149	263	359	457	571	653	761	859	971	1061	1277	1459	1663	1877	2081	2269	2477	2677	2879
31	151	269	367	461	577	659	769	863	977	1063	1279	1471	1667	1879	2083	2273	2503	2683	2887
37	157	271	373	463	587	661	773	877	983	1069	1283	1481	1669	1889	2087	2281	2521	2687	2897
41	163	277	379	467	593	673	787	881	991	1087	1289	1483	1693	1901	2089	2287	2531	2689	2903
43	167	281	383	479	599	677	797	883	997	1091	1291	1487	1697	1907	2099	2293	2539	2693	2909
47	173	283	389	487		683		887		1093	1297	1489	1699	1913	2111	2297	2543	2699	2917
53	179	293	397	491		691				1097	1301	1493	1709	1931	2113	2309	2549	2707	2927
59	181			499						1103	1303	1499	1721	1933	2129	2311	2551	2711	2939
61	191									1109	1307	1511	1723	1949	2131	2333	2557	2713	2953
67	193									1117	1319	1523	1733	1951	2137	2339	2579	2719	2957
71	197									1123	1321	1531	1741	1973	2141	2341	2591	2729	2963
73	199									1129	1327	1543	1747	1979	2143	2347	2593	2731	2969
79										1151	1361	1549	1753	1987	2153	2351		2741	2971
83										1153	1367	1553	1759	1993	2161	2357		2749	2999
89										1163	1373	1559	1777	1997	2179	2371		2753	
97										1171	1381	1567	1783	1999		2377		2767	
										1181	1399	1571	1787			2381		2777	
										1187		1579	1789			2383		2789	
										1193		1583				2389		2791	
												1597				2393		2797	
																2399			

NOMBRES PREMIERS

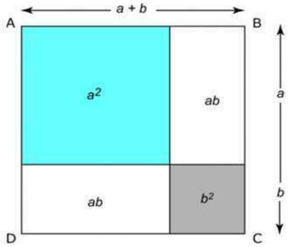
3001	3203	3407	3607	3803	4001	4201	4409	4603	4801	5003	5209	5407	5623	5801	6007	6203	6421	6607	6803
3011	3209	3413	3613	3821	4003	4211	4421	4621	4813	5009	5227	5413	5639	5807	6011	6211	6427	6619	6823
3019	3217	3433	3617	3823	4007	4217	4423	4637	4817	5011	5231	5417	5641	5813	6029	6217	6449	6637	6827
3023	3221	3449	3623	3833	4013	4219	4441	4639	4831	5021	5233	5419	5647	5821	6037	6221	6451	6653	6829
3037	3229	3457	3631	3847	4019	4229	4447	4643	4861	5023	5237	5431	5651	5827	6043	6229	6469	6659	6833
3041	3251	3461	3637	3851	4021	4231	4451	4649	4871	5039	5261	5437	5653	5839	6047	6247	6473	6661	6841
3049	3253	3463	3643	3853	4027	4241	4457	4651	4877	5051	5273	5441	5657	5843	6053	6257	6481	6673	6857
3061	3257	3467	3659	3863	4049	4243	4463	4657	4889	5059	5279	5443	5659	5849	6067	6263	6491	6679	6863
3067	3259	3469	3671	3877	4051	4253	4481	4663	4903	5077	5281	5449	5669	5851	6073	6269	6521	6689	6869
3079	3271	3491	3673	3881	4057	4259	4483	4673	4909	5081	5297	5471	5683	5857	6079	6271	6529	6691	6871
3083	3299	3499	3677	3889	4073	4261	4493	4679	4919	5087	5303	5477	5689	5861	6089	6277	6547	6701	6883
3089	3301	3511	3691	3907	4079	4271	4507	4691	4931	5099	5309	5479	5693	5867	6091	6287	6551	6703	6899
3109	3307	3517	3697	3911	4091	4273	4513	4703	4933	5101	5323	5483	5701	5869	6101	6299	6553	6709	6907
3119	3313	3527	3701	3917	4093	4283	4517	4721	4937	5107	5333	5501	5711	5879	6113	6301	6563	6719	6911
3121	3319	3529	3709	3919	4099	4289	4519	4723	4943	5113	5347	5503	5717	5881	6121	6311	6569	6733	6917
3137	3323	3533	3719	3923	4111	4297	4523	4729	4951	5119	5351	5507	5737	5897	6131	6317	6571	6737	6947
3163	3329	3539	3727	3929	4127	4327	4547	4733	4957	5147	5381	5519	5741	5903	6133	6323	6577	6761	6949
3167	3331	3541	3733	3931	4129	4337	4549	4751	4967	5153	5387	5521	5743	5923	6143	6329	6581	6763	6959
3169	3343	3547	3739	3943	4133	4339	4561	4759	4969	5167	5393	5527	5749	5927	6151	6337	6599	6779	6961
3181	3347	3557	3761	3947	4139	4349	4567	4783	4973	5171	5399	5531	5779	5939	6163	6343		6781	6967
3187	3359	3559	3767	3967	4153	4357	4583	4787	4987	5179		5557	5783	5953	6173	6353		6791	6971
3191	3361	3571	3769	3989	4157	4363	4591	4789	4993	5189		5563	5791	5981	6197	6359		6793	6977
	3371	3581	3779		4159	4373	4597	4793	4999	5197		5569		5987	6199	6361			6983
	3373	3583	3793		4177	4391		4799				5573				6367			6991
	3389	3593	3797			4397						5581				6373			6997
	3391											5591				6379			
																6389			
																6397			



Daniel Mentrard, Créé avec GeoGebra http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/index.htm



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



$ax + b = 0$

$ax + b - b = 0 - b$ On soustrait b dans chaque membre

$ax = -b$

$\frac{1}{a} \times ax = \frac{1}{a} \times (-b)$ On multiplie chaque membre par $\frac{1}{a}$

$x = \frac{-b}{a}$

$$10x - 5 = 1 + 2x$$
$$10x - 5 - 2x = 1 + 2x - 2x$$
$$8x - 5 = 1$$
$$8x - 5 + 5 = 1 + 5$$
$$8x = 6$$
$$\frac{8x}{8} = \frac{6}{8}$$
$$x = \frac{6}{8}$$
$$x = \frac{3}{4}$$

Numérique

J' ♥ LES MATHS FACILES

Equations

$(x-2)(-x-3) = 0 \rightarrow$ équation produit

$x - 2 = 0 \quad ou \quad -x - 3 = 0$

$x = 2 \quad ou \quad -x = 3$

$x = 2 \quad ou \quad x = -3$

$S = \{2 ; -3\}$

CALCUL LITTERAL
DEVELOPPEMENTS ET FACTORISATIONS

Expression littérale : un ou plusieurs nombres sont représentés par des lettres.

Pour simplifier l'écriture :

* Suppression du signe x devant les lettres et devant les parenthèses,
* Suppression du 1 : on peut écrire a au lieu de 1a,
* Suppression des parenthèses autour des produits (qui sont prioritaires sur l'addition et la soustraction).

Réduire,

c'est écrire le plus simplement possible :
supprimer les parenthèses et effectuer les calculs

Rappel : L'opposé d'une somme est
la somme des opposés de chacun des termes.

$a - b = a + (-b)$

$-(a + b) = -a - b$

$-(a - b) = -a + b$

EXEMPLES :

$4 + (-2t) = 4 - 2t$

$-(2x + 3) = -2x - 3$

$-(2x - 3) = -2x + 3$

$5 - (-2 + x - 3y) = 5 + 2 - x + 3y$

Développer,

c'est changer d'opération principale :
multiplication devient addition ou soustraction.

	a	b
c	ac	bc
d	ad	bd

Forme factorisée — ON DEVELOPPE → Forme développée

$k \times (a+b) = k(a+b) = ka + kb$

$k \times (a-b) = k(a-b) = ka - kb$

$(a+b)\ (c+d) = a(c+d) + b(c+d)$
$= ac + ad + bc + bd$

$(a-b)\ (c-d) = a(c-d) - b(c-d)$
$= ac - ad - bc + bd$

$(a-b)\ (c+d) = a(c+d) - b(c+d)$
$= ac + ad - bc - bd$

Forme factorisée ← ON FACTORISE — Forme développée

$3\ (4 + 3) = 3\times4 + 3\times3 = 12 + 9 = 21$

$3\ (2 - 12) = 3x2 - 3\times12 = 6 - 36 = -30$

$3\ (2z + 4) = 3x2z + 3x4 = 6z + 12$

$-5\ (2x - 3) = -5x2x + 5x3 = -10x + 15$

$(2x + 3)\ (3y + 4) = 2x3\ xy + 4x2x + 3x3y + 3x4$
$= 6\ xy + 8x + 9y + 12$

$(2x - 3)\ (3y - 4) = 2x3\ xy - 4x2x - 3x3y + 3x4$
$= 6\ xy - 8x - 9y + 12$

$(2x + 3)\ (3x - 4) = 2x3\ x^2 - 4x2x + 3x3x - 3x4$
$= 6\ x^2 - 8x + 9x - 12 = 6\ x^2 + x - 12$

Factoriser,

c'est changer d'opération principale :
addition ou soustraction devient multiplication.

Attention : Factoriser est difficile,
il faut faire apparaitre ce qui est en commun,
le facteur commun, dans chacun des termes.

$3a - 27 = 3xa - 3x9 = 3(a-9)$

3 est le facteur commun : "3 facteur de a–9"

IDENTITES REMARQUABLES

$$(a+b)^2 \underset{\text{FACTORISER}}{\overset{\text{DEVELOPPER}}{=}} a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a^2 + ab + ab + b^2\\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Ex :

$$\begin{aligned}(2x+3)^2 &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2\\ &= 4x^2 + 12x + 9\end{aligned}$$

$$(a-b)^2 \underset{\text{FACTORISER}}{\overset{\text{DEVELOPPER}}{=}} a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b)\\ &= a^2 - ab - ab + b^2\\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

Ex :

$$\begin{aligned}(3y-5)^2 &= (3y)^2 - 2 \times 3y \times 5 + 5^2\\ &= 9y^2 - 30y + 25\end{aligned}$$

$$(a+b)(a-b) \underset{\text{FACTORISER}}{\overset{\text{DEVELOPPER}}{=}} a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a^2 - ab + ab - b^2\\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Ex :

$$\begin{aligned}(2x+3y)(2x-3y) &= (2x)^2 - (3y)^2\\ &= 4x^2 - 9y^2\end{aligned}$$

DEVELOPPEMENTS

On applique les identités remarquables, il faut donc bien sûr les connaître par cœur !!!

FACTORISATIONS

Pour factoriser, il est indispensable de faire apparaitre le facteur commun dans chacun des termes.
C'est un exercice difficile, seul l'entrainement permet d'y arriver !!!

Voici quelques exemples des situations de factorisation les plus fréquentes (il faut savoir les refaire) :

$$\begin{aligned}3x + 6y + 9 &= \underline{3\times} x + \underline{3\times} 2y + \underline{3\times} 3\\ &= \underline{3\times}(x + 2y + 3)\\ &= 3(x + 2y + 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x+1)\underline{(x+3)} + (x+4)\underline{(x+3)} &= \underline{(x+3)}(x + 1 + x + 4)\\ &= (x+3)(2x+5)\end{aligned}$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$$

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 &= x^2 - 2 \times 3x + 3^2\\ &= (x-3)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x+2)^2 - (x-1)^2 &= (x + 2 + x - 1)(x + 2 - (x-1))\\ &= (2x+1)(x + 2 - x + 1)\\ &= (2x+1) \times 3\\ &= 3(2x+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x^{12} + 15x^{17} &= \underline{3x^{12}} \times 1 + \underline{3x^{12}} \times 5x^5\\ &= \underline{3x^{12}}(1 + 5x^5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x+1)(x+3) - (x+4)(2x+6) &= (x+1)\underline{(x+3)} - 2(x+4)\underline{(x+3)}\\ &= \underline{(x+3)}(x + 1 - 2(x+4))\\ &= (x+3)(x + 1 - 2x - 8)\\ &= (x+3)(-x-7)\\ &= -(x+3)(x+7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 9 + (x+5)(x-3) &= \underline{(x-3)}(x+3) + (x+5)\underline{(x-3)}\\ &= \underline{(x-3)}(x + 3 + x + 5)\\ &= (x-3)(2x+8) = 2(x-3)(x+4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 9 + (x+5)(x-3) &= \underline{(x-3)}^2 + (x+5)\underline{(x-3)}\\ &= \underline{(x-3)}(x - 3 + x + 5)\\ &= (x-3)(2x+2) = 2(x-3)(x+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}25(x+2)^2 - 36(x-1)^2 &= 5^2(x+2)^2 - 6^2(x-1)^2\\ &= (5(x+2))^2 - (6(x-1))^2\\ &= (5x+10+6x-6)(5x+10-(6x-6))\\ &= (11x+4)(5x+10-6x+6)\\ &= (11x+4)(-x+16)\end{aligned}$$

EQUATIONS

Une équation est une égalité dans laquelle une lettre représente un nombre inconnu.

« Que peut-on mettre à la place de la lettre pour que l'égalité soit vraie ? »
Une équation, c'est donc une question !

RESOUDRE l'équation, c'est répondre à cette question
⇨ trouver toutes les valeurs qui la rendent vraie.
Ce sont les solutions de l'équation.

⚠ LES 2 CÔTES DE L'EGALITE DOIVENT TOUJOURS ETRE EGAUX. ⚠

Résoudre des équations sert à résoudre des problèmes.
Il faut savoir "transformer" l'énoncé du problème en une équation, ⚠
ce qui n'est pas facile et demande de l'entrainement.

Les 4 étapes de résolution d'un problème :

1. Choisir l'inconnue.
2. Mettre en équation : traduire les renseignements en fonction de l'inconnue.
3. Résoudre l'équation.
4. Donner la solution du problème.

⚠ NE PAS OUBLIER DE LA VERIFIER.

On peut modifier les deux membres d'une équation,
mais ils doivent TOUJOURS RESTER EGAUX :

- on peut ajouter ou soustraire le même nombre à chaque membre,
- on peut multiplier ou diviser les deux membres par le même nombre.

Le but est d'arriver à : $\boxed{x = \ \ldots}$

EQUATION DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE

Ex :

$-2x$	$5x - 2$	$=$	$2x + 4$	$-2x$: Retirons $2x$ de chaque côté.
$+2$	$3x - 2$	$=$	4	$+2$: Ajoutons 2 de chaque côté.
$:3$	$3x$	$=$	6	$:3$: Divisons par 3 de chaque côté.
	x	$=$	2	

$\times 6$	$9 - \dfrac{x+4}{3}$	$=$	$x - \dfrac{5-2x}{6}$	$\times 6$
	$54 - 2(x+4)$	$=$	$6x - (5-2x)$	
$+2x$	$46 - 2x$	$=$	$8x - 5$	$+2x$
$+5$	46	$=$	$10x - 5$	$+5$
$:10$	51	$=$	$10x$	$:10$
	x	$=$	$\dfrac{51}{10} = 5{,}1$	

!!! Ne pas oublier les parenthèses en supprimant le trait de fraction. !!!

EQUATION - PRODUIT A UNE INCONNUE

Ex : Nous n'avons pas encore appris à résoudre $5x^2 - 13x + 6 = 0$.
Mais nous sommes capables de résoudre la forme factorisée :
$(x - 2)(5x - 3) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
$A \times B = 0$ ssi $A = 0$ ou $B = 0$.

Les solutions de l'équation $(x - 2)(5x - 3) = 0$
sont les solutions de chacune des équations :

$+2$: $x - 2 = 0$ $+2$
$x = 2$

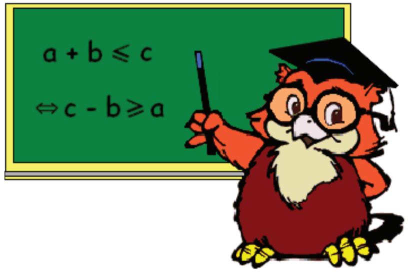
$+3$: $5x - 3 = 0$ $+3$
$:5$: $5x = 3$ $:5$
$x = \dfrac{3}{5}$

Les solutions de l'équation $(x - 2)(5x - 3)=0$ sont $\boxed{x = 2}$ et $\boxed{x = \dfrac{3}{5}}$.

INEQUATIONS

Une inéquation est une inégalité dans laquelle une lettre représente un nombre inconnu.

RESOUDRE l'inéquation, c'est trouver toutes les valeurs possibles de l'inconnue pour que l'inégalité soit vraie.



ORDRE ET MULTIPLICATION

Si a>0, alors les nombres ab et ac sont rangés dans le même ordre que les nombres b et c.

$\boxed{\text{Si } a > 0 \text{ et } b < c, \text{ alors } ab < ac .}$

Si a<0, alors les nombres ab et ac sont rangés dans l'ordre inverse des nombres b et c.

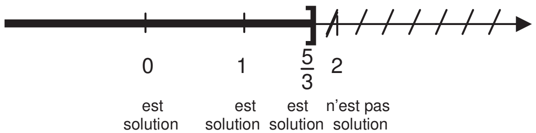
$\boxed{\text{Si } a < 0 \text{ et } b < c, \text{ alors } ab > ac .}$

On utilise donc les mêmes techniques que pour la résolution d'équations,

mais on doit penser à changer le sens de l'inégalité si on multiplie ou on divise par un nombre négatif.

Ex : Résoudre l'inéquation $3x - 5 \leq 0$

$$3x - 5 \leq 0 \quad (+5)$$
$$3x \leq 5 \quad (:3)$$
$$x \leq \frac{5}{3}$$



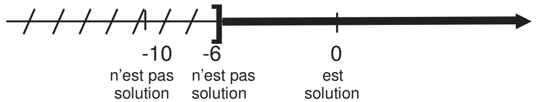
Le crochet est tourné du côté des solutions car x peut être égal à $\frac{5}{3}$,

$\frac{5}{3}$ est donc une des solutions de l'inéquation.

Ex : Résoudre l'inéquation $-\frac{1}{2}x + 1 < 4$

$$-\frac{1}{2}x + 1 < 4 \quad (-1)$$
$$-\frac{1}{2}x < 3 \quad (\times(-2))$$
$$x > -6$$

JE MULTIPLIE PAR UN NOMBRE NEGATIF,
JE DOIS ''RETOURNER LE SIGNE D'INEGALITE''.



Le crochet n'est pas tourné du côté des solutions car x ne peut pas être égal à - 6, - 6 n'est pas solution de l'inéquation.

RAPPEL

$<$	inférieur à
$\leq$	inférieur ou égal à
$>$	supérieur à
$\geq$	supérieur ou égal à

On ne peut pas citer toutes les solutions de l'inéquation mais on peut les représenter sur un axe.

LA BONNE TECHNIQUE

Après avoir résolu l'inéquation, on teste une ou plusieurs valeurs de x (dont 0) pour vérifier qu'il n'y a pas d'erreur.
C'est essentiel,
car une erreur de sens est très vite arrivée !!!

ASTUCE : L'idéal est de faire en sorte de placer les inconnues du 'bon côté' pour obtenir un coefficient positif.

SYSTEMES D'EQUATIONS

On peut trouver les valeurs de deux inconnues lorsque l'on a deux équations.
Il s'agit d'un système de deux équations à deux inconnues.

Résoudre le système, c'est déterminer tous les couples (x ; y) qui vérifient en même temps les deux équations.

RESOLUTION DE PROBLEME A DEUX INCONNUES

On retrouve les 4 étapes de la résolution d'un problème par équation :

1. Choisir les inconnues.
2. Mettre en équations : traduire les renseignements en fonction des inconnues.
3. Résoudre le système d'équations.
4. Donner la solution du problème.

⚠ NE PAS OUBLIER DE LA VERIFIER.

Résolution ALGEBRIQUE

METHODE DE SUBSTITUTION

On exprime dans une des équations une des inconnues en fonction de l'autre.
On reporte la valeur trouvée dans l'autre équation.

NB: Méthode idéale quand un des coefficients est 1 ou -1.

Ex : $\begin{cases} 6x - 7y = 5 \\ 11x - y = 21 \end{cases}$

$\begin{cases} 6x - 7y = 5 \\ y = 11x - 21 \end{cases}$

$\begin{cases} 6x - 7(11x - 21) = 5 \\ y = 11x - 21 \end{cases}$

$\begin{cases} -71x + 147 = 5 \\ y = 11x - 21 \end{cases}$

$\begin{cases} -71x = -142 \\ y = 11x - 21 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 11 \times 2 - 21 = 1 \end{cases}$

(2; 1) est la solution du système d'équations.

METHODE DE COMBINAISON

On multiplie les membres de chaque équation par des nombres choisis de telle manière qu'en additionnant membre à membre les équations obtenues, l'une des inconnues disparaisse.

Ex : $\begin{cases} 2x - 3y = 7 & \times 2 \\ 5x + 2y = 8 & \times 3 \end{cases}$

$+\begin{cases} 4x - 6y = 14 \\ 15x + 6y = 24 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x + 15x - 6y + 6y = 14 + 24 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} 19x = 38 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ 2 \times 2 - 3y = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

(2; -1) est la solution du système d'équations.

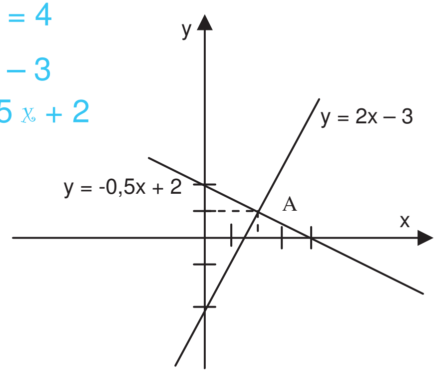
Interprétation GRAPHIQUE

Pour interpréter graphiquement un système, on l'écrit sous la forme : $\begin{cases} y = \dots \\ y = \dots \end{cases}$

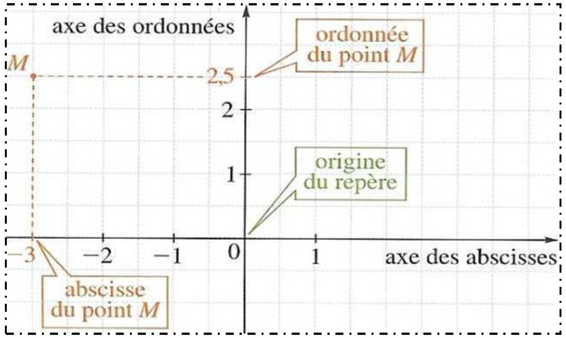
Dans un repère, on construit les représentations graphiques correspondantes : deux droites.
Les coordonnées du point d'intersection sont la solution du système.

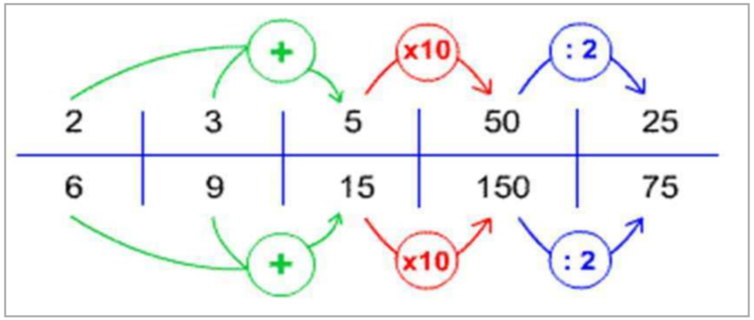
Ex : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

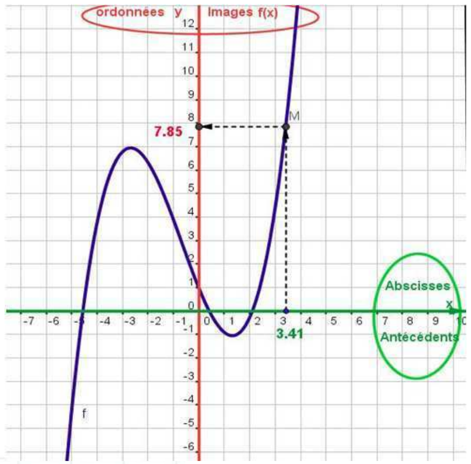
$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -0,5x + 2 \end{cases}$

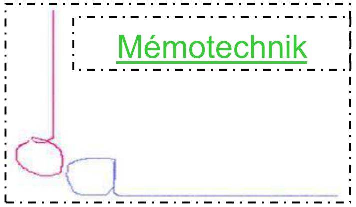


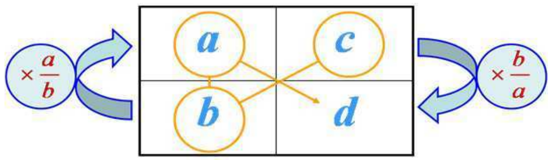
Les coordonnées de A sont la solution graphique du système d'équations.
On ne peut pas être sûr que (2; 1) soient leurs valeurs exactes.



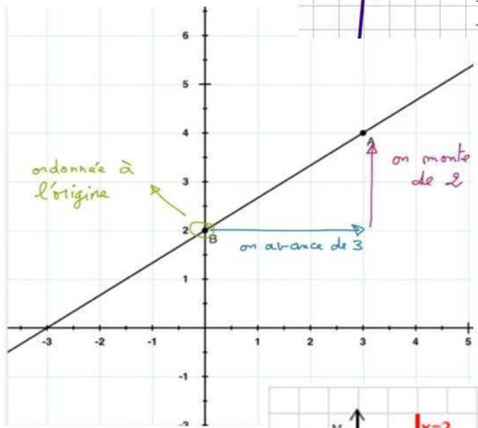








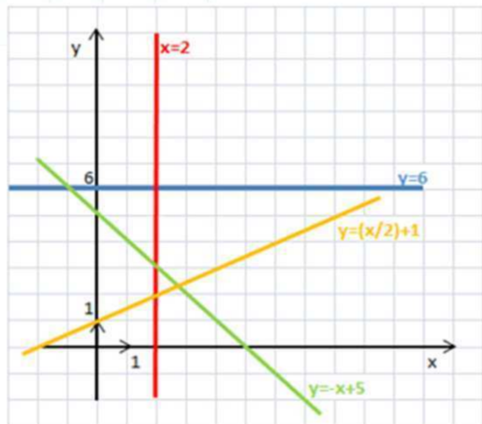
$$d = c \times \frac{b}{a} = \frac{c \times b}{a} = c \times b \div a$$



Numérique

Proportionnalité

Fonctions



CALCULS DE PROPORTIONNALITE

Il y a principalement quatre méthodes pour calculer en situation de proportionnalité.

Sur le marché, Mr Martin vend des pommes.

÷ 0,59

Quantité de pommes (en kg)	3	4	7	12
Prix payé (en €)	1,77			

× 0,59

1) En utilisant le coefficient de proportionnalité (passage par l'unité)

Méthode : Exemple pour 4 kg

On trouve le coefficient $1{,}77 \div 3 = 0{,}59$

On calcule pour 4 kg $4 \times 0{,}59 = 2{,}36$

Le prix payé pour 4 kg est de 2,36 €

2) En additionnant si possible deux « colonnes » du tableau

Méthode : Exemple pour 7 kg

On connaît le prix payé pour 3 et 4 kg.

Comme 3 + 4 = 7, on additionne les prix payés pour 3 et 4 kg : 1,77 + 2,36 = 4,13.

Le prix payé pour 7 kg est de 4,13 €.

+

Quantité de pommes (en kg)	3	4	7
Prix payé (en €)	1,77	2,36	?

+

3) En multipliant si possible une « colonne » par un nombre

Méthode : Exemple pour 12 kg

On connaît le prix payé pour 3 kg.

Comme $3 \times 4 = 12$, on multiplie le prix payé pour 3 kg par 4 : $1{,}77 \times 4 = 7{,}08$

Le prix payé pour 12 kg est de 7,08 €.

× 4

Quantité de pommes (en kg)	3	12
Prix payé (en €)	1,77	?

x 4

4) En calculant la 4ème proportionnelle grâce au produit en croix

Méthode : Exemple pour 4 kg

On calcule la 4ème proportionnelle : $\frac{1{,}77 \times 4}{3} = 2{,}36$.

Le prix payé pour 4 kg est de 2,36 €.

Quantité de pommes (en kg)	3	4
Prix payé (en €)	1,77	?

PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSES

Grandeurs proportionnelles

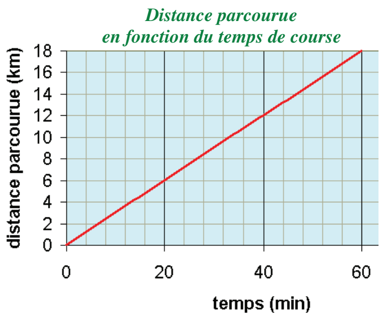
Deux grandeurs sont proportionnelles si pour calculer les valeurs de l'une, on multiplie les valeurs de l'autre par un même nombre, le coefficient de proportionnalité.

Ex : Situations de proportionnalité dans la vie courante

- la quantité de farine dans un gâteau en fonction du nombre de personnes,
- la distance sur une carte et la distance réelle,
- le prix payé pour un plein d'essence et le volume d'essence acheté.

Graphique

Les points obtenus dans une situation de proportionnalité sont situés sur une droite qui passe par l'origine du repère.



Résoudre un problème

Dans tous les cas, il faut repérer les grandeurs du problème et s'assurer qu'il y a proportionnalité. Puis :

- on fait un tableau avec les grandeurs proportionnelles et les unités s'il y en a,
- on complète le tableau avec les nombres du texte,
- on fait les calculs en indiquant la méthode choisie,
- on répond par une phrase.

Applications

Pourcentage

p % d'une quantité = $\frac{p}{100}$ x quantité = quantité x p : 100 (ex : 20% de 78 = $\frac{20}{100}$ x 78)

On peut aussi calculer les pourcentages dans un tableau de proportionnalité.

Echelle

Sur un plan à l'échelle, les distances réelles et les distances du plan sont proportionnelles.
Le coefficient de proportionnalité est

l'échelle = $\frac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$

! même unité

Remarque : Lors d'une réduction, l'échelle est inférieure à 1 (distance sur le plan < distance réelle).
Lors d'un agrandissement, l'échelle est supérieure à 1 (distance sur le plan > distance réelle).

Mouvement uniforme

Lorsque la vitesse d'un mobile est constante, on dit que le mouvement est uniforme (=> régulier).
Les distances parcourues et les durées correspondantes sont proportionnelles.
Le coefficient est la vitesse du mobile.

Mesure du temps

On utilise la proportionnalité pour les durées exprimées en heures décimales. !

4,57h ≠ 4h57min; 2,5h ≠ 2h50 min

Vitesse moyenne

vitesse moyenne = $\frac{\text{distance}}{\text{temps}}$

! unités

<=> distance = vitesse moyenne x temps

Ex : Un piéton qui parcourt 14 km en 2h marche à la vitesse moyenne V = 14 / 2 = 7 km/h.

Changement d'unité de vitesse

Ex : Une voiture roule à 126 km/h. Et en m/s ?

V = $\frac{126\,000}{3\,600}$ = 35 m/s

Grandeurs composées

Remarque :

Les aires et volumes sont des « grandeurs produits » : A = longueur x longueur ou V = aire x longueur . *Ex d'unités: m^2, cm^3*

Les vitesses et débits sont des « grandeurs quotients » : V = distance / temps ou D = volume / temps . *Ex d'unités: m/s ou $m.s^{-1}$, km/h ou $km.h^{-1}$*

PROPORTIONNALITE – ECHELLES, POURCENTAGES, VITESSES

Exemples

Résoudre un problème

Dans une recette de gâteau, il faut 4 œufs pour 6 personnes.
Combien faut-il d'œufs pour 9 personnes ?
C'est une situation de proportionnalité,
les deux grandeurs sont le nombre d'œufs et de personnes.

Nombre d'œufs	4	?
Nombre de personnes	6	9

On utilise la 4$^{\text{ème}}$ proportionnelle :
nombre d'œufs nécessaires : $\frac{9 \times 4}{6} = 6$
Il faut 6 œufs pour un gâteau de 9 personnes.

Calculer un pourcentage d'un nombre

Dans une bibliothèque de 1350 livres, 20% des ouvrages sont des bandes dessinées. Combien y a-t-il de BD ?
On calcule : Nombre de BD = 20% de 1350 = $1350 \times \frac{20}{100}$,
ou dans un tableau de proportionnalité :

Nombre total d'ouvrages	100	1350
Nombre de BD	20	?

: 5

$? = \frac{1350}{5} = 270$ Il y a donc 270 BD dans la bibliothèque.

Mesure du temps

Exprimer 3,25 h en minutes. (⚠ 3,25 h ≠ 3h 25min ⚠)
Calcul avec la 4$^{\text{e}}$ proportionnelle : t = 3,25 x 60 = 195 min

1	3,25
60	t

Echelles de réduction et d'agrandissement

A partir d'un plan à l'échelle $\frac{1}{250}$, calculer la distance réelle représentée par 2 et 3 cm sur le plan.
On multiplie par 250 pour obtenir les distances réelles.
1 cm sur le plan => 250 cm en réalité

Distance sur le plan (en cm)	1	2	3
Distance réelle (en cm)	250	500	750

x 1 / 250

2 cm représentent en réalité 500 cm = 5 m,
et 3 cm représentent 750 cm = 7,5m.

Mouvement uniforme

Une voiture roule à allure régulière. Elle parcourt 20 mètres chaque seconde. Combien parcourt-elle en 20s et en 60s ?
C'est un mouvement uniforme,
le temps et la distance
sont donc proportionnels.

Temps (en s)	1	20	60
Distance (en m)	20	400	1200

× 20 × 3

Vitesse moyenne

Qui a la plus grande vitesse moyenne (calculer en mètre par minute) *?*
Noah parcourt 1,6 km en 20 min.
Léo parcourt 250 m en 3 min.
Paul met 5 min pour faire 450 m.

Vitesse moyenne de Noah = 1600 : 20 = 80 m/min
Vitesse moyenne de Léo = 250 : 3 ≅ 83,$\underline{3}$… m/min
Vitesse moyenne de Paul = 450 : 5 = 90 m/min

Paul marche le plus vite en moyenne.

DISTANCES ET REPERES

Repérage sur une droite

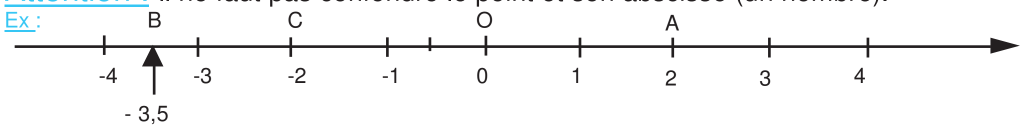
On utilise les nombres relatifs pour repérer des points sur une droite.

Abscisse : Sur une droite graduée,
- chaque point est repéré par un nombre : l'abscisse, notée entre parenthèses,
- à chaque nombre correspond un point.

L'origine O a pour abscisse 0 (zéro). On écrit O (0).

Attention : Il ne faut pas confondre le point et son abscisse (un nombre).

Ex :



B a pour abscisse -3,5 : on écrit B (- 3,5). A a pour abscisse 2 : on écrit A (2).

Remarque : Les nombres relatifs qui ont des signes contraires et la même distance à zéro sont des opposés.

Ex : A(2) et C(-2) O est le milieu du segment [AC].

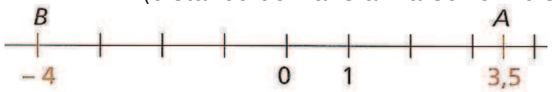
Calculs de distance

Distance entre deux points: Distance de A à B = Longueur de [AB] = AB = BA = différence des abscisses = abscisse la plus grande – abscisse la plus petite

Remarques

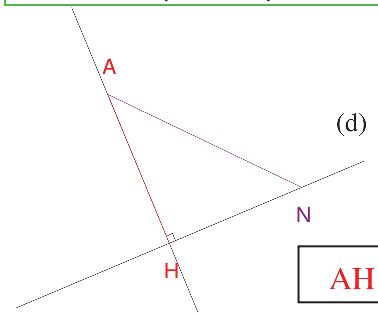
* La distance est toujours un nombre positif (On dit : il y a 20 km et non – 20 km).

* AB = BA (distance de Paris à Marseille = distance de Marseille à Paris).



Ex : AB = 3,5 – (– 4) = 3,5 + 4 = 7,5

Distance entre un point et une droite:
distance du point au pied de la perpendiculaire à la droite passant par ce point.



Ex : Distance de A à (d)
= *distance de A au pied de la perpendiculaire à (d) passant par A*
= AH

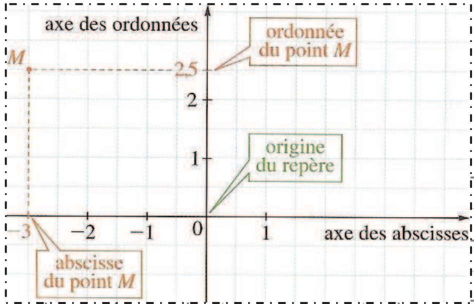
AH < AN

Propriété (conséquence du Théorème de Pythagore)
La distance d'un point à une droite est la plus petite de toutes les distances de ce point à un point de la droite.

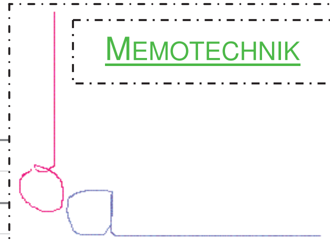
Repérage dans un plan

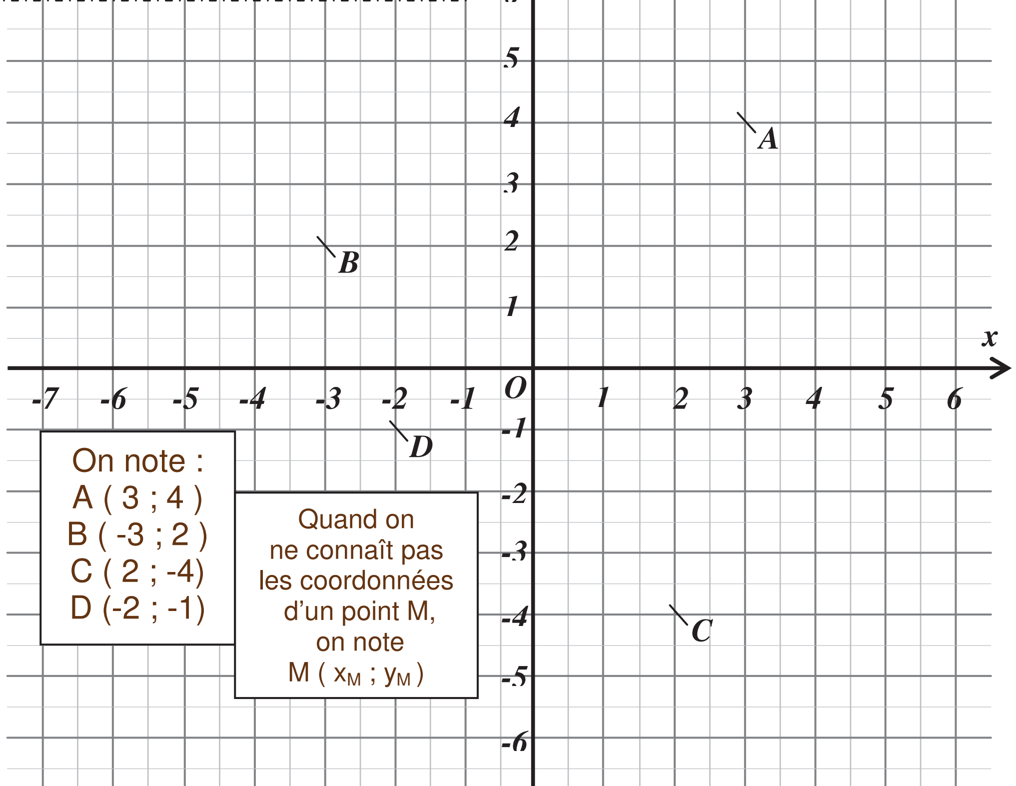
On quadrille un plan géométrique pour repérer la position de chaque point.

Repère orthonormé : (O,x,y) est constitué de deux droites perpendiculaires graduées avec la même unité de longueur. (Ox) et (Oy) s'appellent les axes.
Chaque point peut être repéré par deux nombres relatifs : les coordonnées.
La 1ère coordonnée, lue sur l'axe (Ox), s'appelle l'abscisse.
La 2ème coordonnée, lue sur l'axe (Oy), s'appelle l'ordonnée.



Ex : Coordonnées du point : M (-3 ; 2,5)

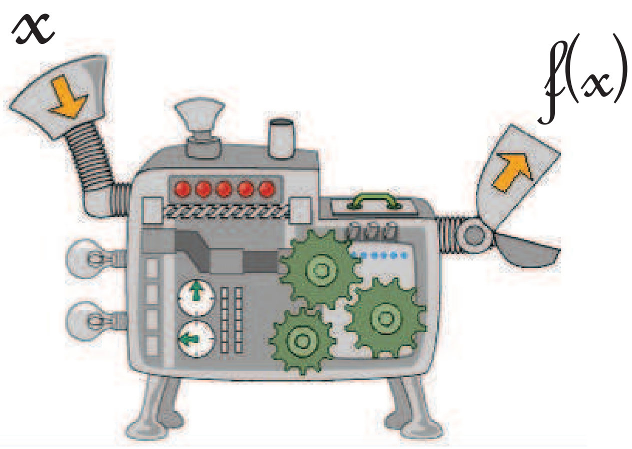




On note :
A (3 ; 4)
B (-3 ; 2)
C (2 ; -4)
D (-2 ; -1)

Quand on ne connaît pas les coordonnées d'un point M, on note M (x_M ; y_M)

NOTION DE FONCTION

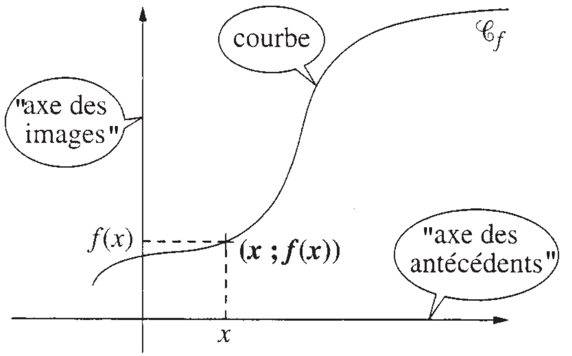


FONCTION

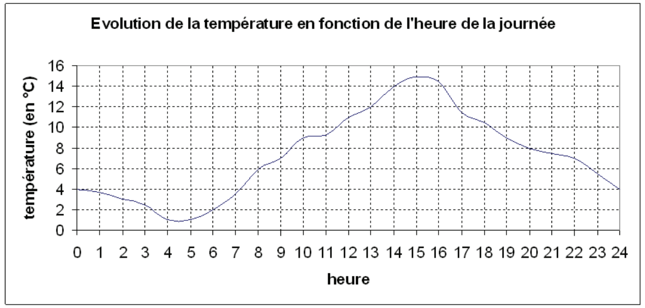
Une fonction est un processus qui, à un nombre, fait correspondre un autre nombre unique en lui appliquant une suite d'opérations.

REPRESENTATION GRAPHIQUE

Lorsque l'on trace
tous les couples de points (x ; f(x))
correspondant à une fonction,
on obtient sa représentation graphique.



Remarque :
On peut trouver une valeur approchée d'un antécédent en utilisant la représentation graphique.
Pour trouver l'antécédent exact, il faut généralement résoudre une équation.



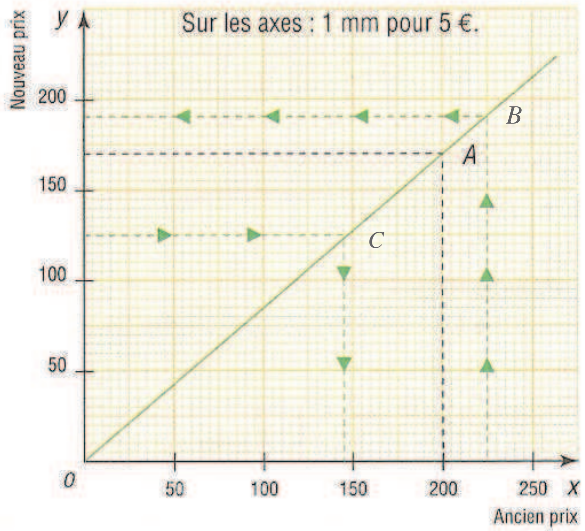
VOCABULAIRE

Ex : $x \longmapsto y = x + 7$
A chaque nombre x correspond une seule valeur y, son image.
On dit que « x a pour image x + 7» ou que « y est l'image de x ».

On peut aussi noter cette fonction f.
L'image de x se note alors f(x) et se lit « f de x ».
$f : x \mapsto f(x)$
Ex : f(x) = x + 7

x est appelé antécédent de f(x).
Ex : f(x) = x + 7
L'image de 5 est f(5) = 5 + 7 = 12.
Un antécédent de 12 est 5 car f(5) = 5 + 7 = 12.

A RETENIR : f(x) est l'image de *x* par la fonction *f*.
x est un antécédent de *f*(*x*) par la fonction *f*.



POURCENTAGES

Ex : Pendant les soldes, les prix baissent de 15%.
Le nouveau prix représente donc 85% de l'ancien : f(x) = 0,85 x.

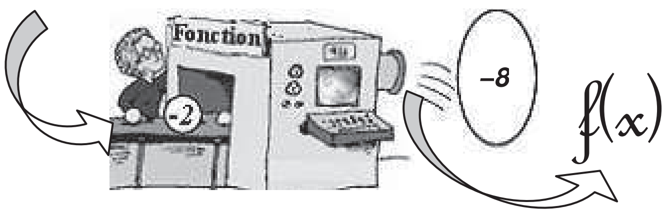
Un article qui valait 200€ vaut maintenant 170€ (point A).
Sur le graphique, on peut lire par exemple (voir les flèches) :
- le nouveau prix quand l'ancien est 225€ : f(225) = 190 (point B).
- l'ancien prix quand le nouveau est 125€ : f(150) = 125 (point C).

FONCTIONS LINEAIRES

Fonction linéaire de coefficient a

nombre x $\xrightarrow{\times a}$ image ax

$f(x) = 4x$
car $-8 = 4 \times (-2)$



FONCTION

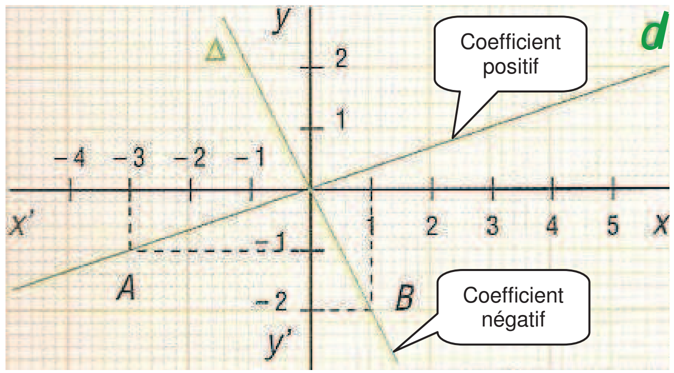
Une fonction linéaire f est la relation qui associe à tout relatif x le relatif y = f(x) = ax , où a est un nombre relatif donné.
a est appelé le coefficient directeur de la fonction linéaire.

LA REPRESENTATION GRAPHIQUE …

… D'UNE FONCTION LINEAIRE EST UNE DROITE PASSANT PAR L'ORIGINE DU REPERE.

Remarque :
Une droite passant par l'origine du repère représente une situation de proportionnalité.

Donc…
Une fonction linéaire représente une situation de proportionnalité.



Ex :
(d) est la représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = \frac{1}{3}$ x.

Le coefficient de la fonction f est $\frac{1}{3}$.

=> lorsque x augmente de 1,
y augmente de $\frac{1}{3}$.

L'image de (-3) est $\frac{1}{3}$ x (-3) = -1 (point A).

(-1) est un antécédent de (-3).

Ex :
(Δ) est la représentation graphique de la fonction linéaire g(x) = -2x.

Le coefficient de la fonction g est -2.

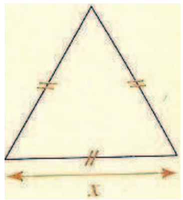
=> lorsque x augmente de 1,
y diminue de 2.

L'image de (1) est -2 x 1 = -2 (point B).

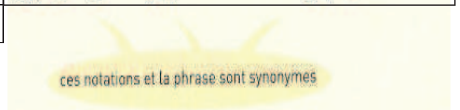
(-2) est l'antécédent de 1.

Ex : On veut calculer le périmètre d'un triangle équilatéral.
Les 3 côtés ont même mesure.

Côté	Périmètre
2	6
3	9
5	15
x	*3x*



Par f : 5 ↦ 15 $f(5) = 15$ « l'image par f de 5 est 15 »

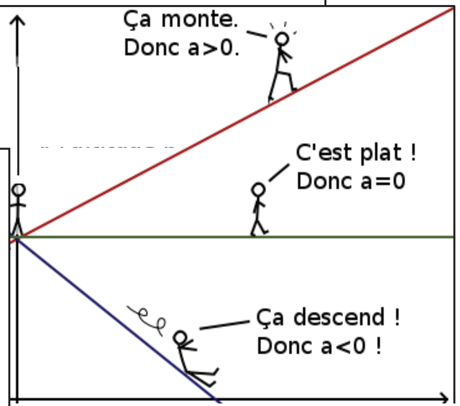


A chaque valeur du côté, on peut faire correspondre la valeur du périmètre du triangle, c'est-à-dire son triple.

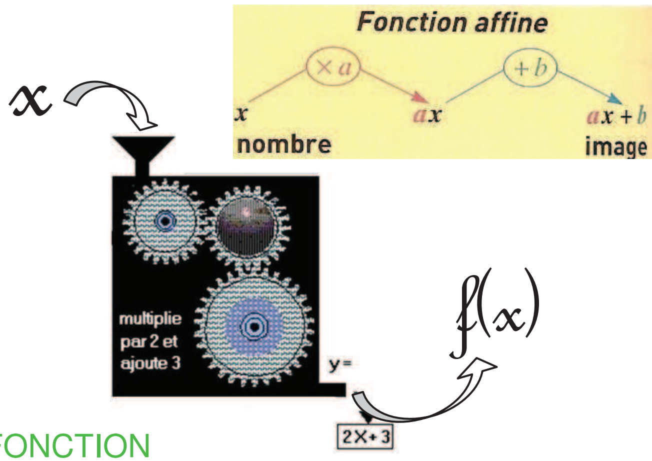
$f : x \mapsto 3x.$

On a donc défini une fonction linéaire.

Remarque :
Si a > 0, x ↗ , y ↗ .
(f est croissante.)
Si a < 0, x ↗ , y ↘ .
(f est décroissante.)
Si a = 0,
y est toujours nul quand x varie.



FONCTIONS AFFINES



FONCTION

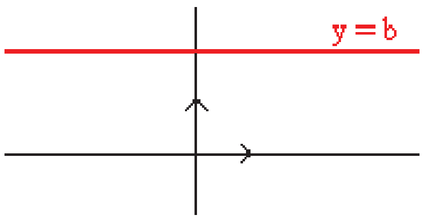
Une fonction affine f est la relation qui associe à tout relatif x le relatif y = f(x) = ax + b , où a et b sont des nombres relatifs donnés.
a est appelé le coefficient directeur
b est appelé l'ordonnée à l'origine.

$y = ax + b$
coefficient directeur — ordonnée à l'origine

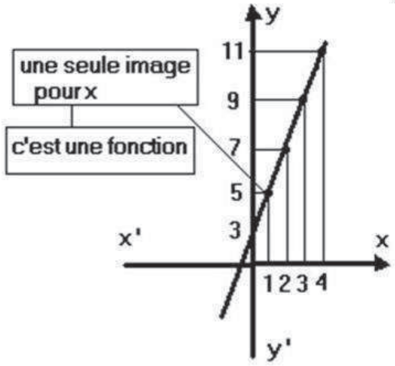
Cas particuliers :

Si b = 0, f(x) = ax
=> f est une fonction linéaire.

Si a = 0, f(x) = b
=> f est une fonction constante.



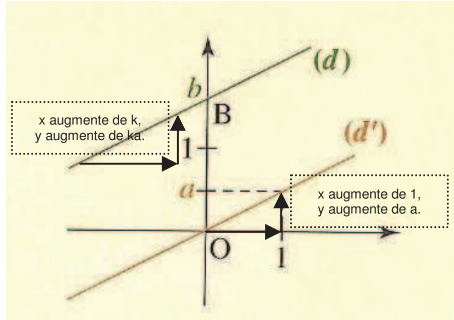
Ex $f : x \longrightarrow 2x+3$



LA REPRESENTATION GRAPHIQUE …

… D'UNE FONCTION AFFINE EST UNE DROITE :
- qui passe par le point (0 ; b) car f(0) = b,
- qui est parallèle à la droite représentant la fonction linéaire associée g(x) = ax.

Remarque :
Une fonction affine ne représente pas une situation de proportionnalité (sauf si b = 0), mais la variation de y est proportionnelle à la variation de x.
On parle de « proportionnalité des accroissements. »



Application : Droite passant par 2 points

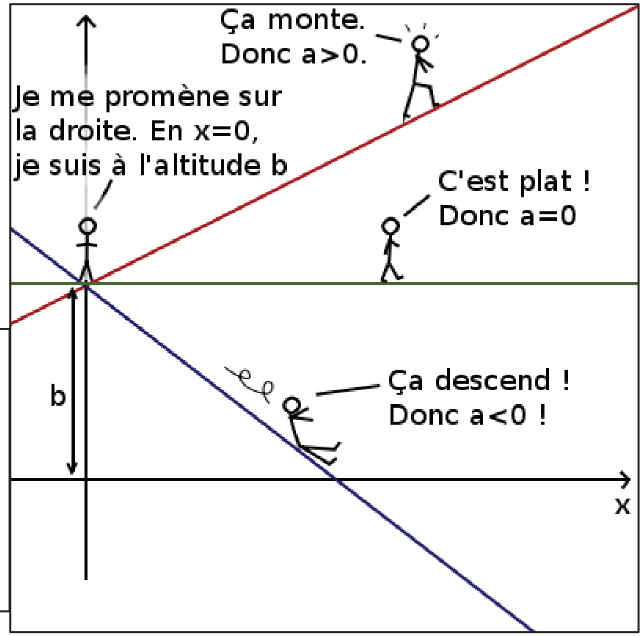
La droite passe par A (2;7) et B (4;11). On cherche a et b.

↗ de x	↗ de y	Pour trouver a…
Ex : 4 – 2 = 2	$\xrightarrow{\times 2}$ 11 – 7 = 4	donc a = $\frac{4}{2}$ = 2
$x_B - x_A$	$\xrightarrow{\times a}$ $y_B - y_A$	donc a = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Pour trouver b…
On résout ensuite une équation grâce aux coordonnées d'un point.
Ex : 11 = a x 4 + b, d'où 11 = 2 x 4 + b donc b = 3.

Remarque :

Si a > 0, la droite « monte » : y ↗ quand x ↗.
(f est croissante.)
Si a < 0, la droite « descend » : y ↘ quand x ↗.
(f est décroissante.)
Si a = 0, la droite est « horizontale » :
=> y ne varie pas quand x varie.

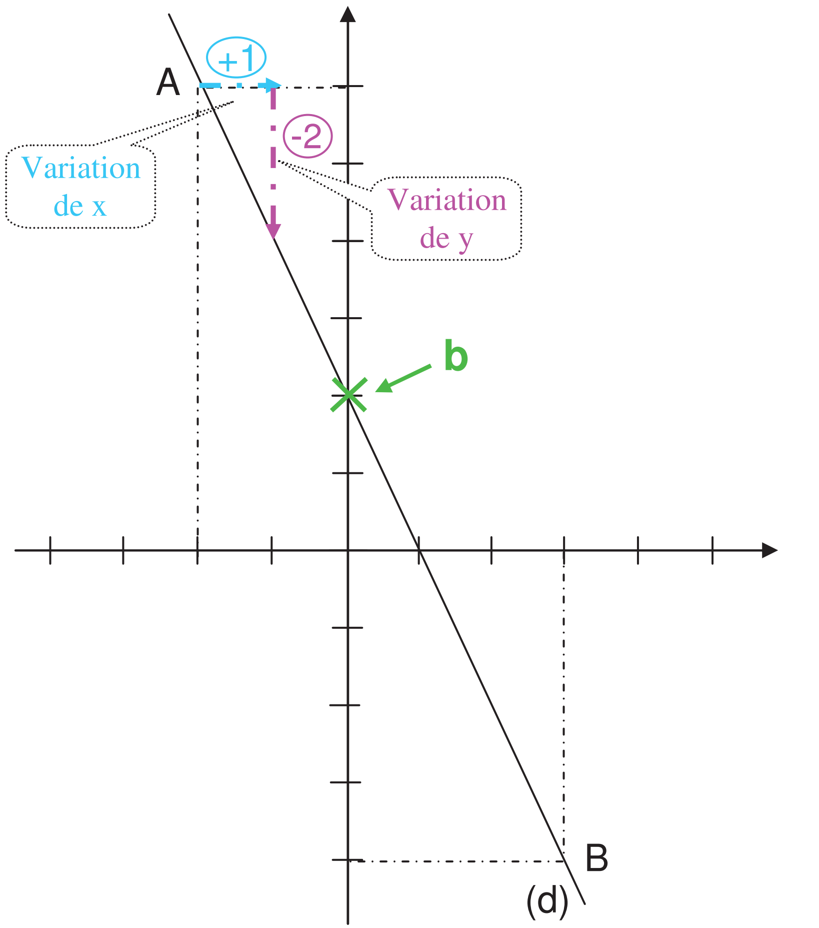


Déterminer la fonction affine représentée par une droite…

$$f(x) = \frac{\text{Variation de } y}{\text{Variation de } x}\, x + \text{ordonnée à l'origine}$$

(intersection droite / axe des y)

Exemple de Détermination Graphique



Exemple de Détermination Numérique

A et B sont des points de la droite (d).

A (-2 ; 6)
B (3 ; -4)

Variation de x $= x_B - x_A$: +5

Variation de y $= y_B - y_A$: -10

$$f(x) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\, x + \text{ordonnée à l'origine}$$

$$f(x) = \frac{(-4) - (+6)}{(+3) - (-2)}\, x + b$$

$$f(x) = \frac{-10}{5}\, x + b$$

$$f(x) = \frac{-2}{1}\, x + b$$

Trouver b :

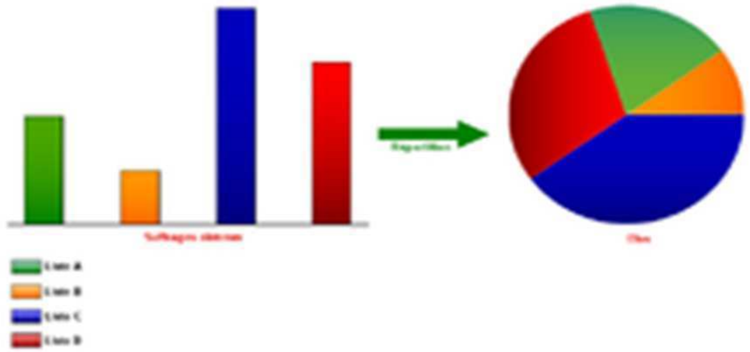
-4 = -2 x 3 + b
-4 = -6 + b
b = -4 + 6 = 2

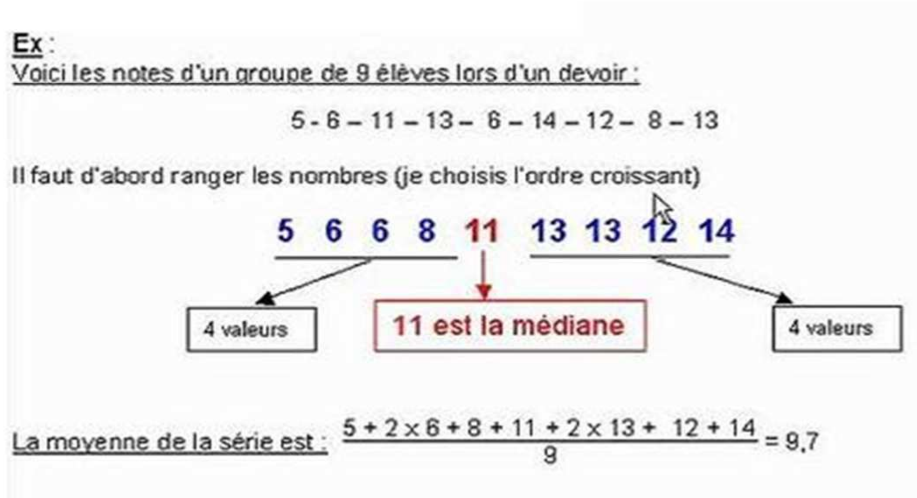
=> On utilise par exemple le point B (3; -4).
On résout l'équation pour trouver la valeur de b.

$$f(x) = \frac{-2}{1}\, x + 2$$

La fonction f représentée par la droite (d) est

$$f(x) = -2x + 2$$




Ex :
Voici les notes d'un groupe de 9 élèves lors d'un devoir :

5 - 6 – 11 – 13 – 6 – 14 – 12 – 8 – 13

Il faut d'abord ranger les nombres (je choisis l'ordre croissant)

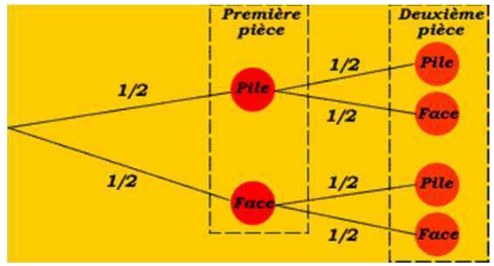
5 6 6 8 11 13 13 12 14

4 valeurs — 11 est la médiane — 4 valeurs

La moyenne de la série est : $\frac{5 + 2 \times 6 + 8 + 11 + 2 \times 13 + 12 + 14}{9} = 9{,}7$

Numérique

Statistiques



ORGANISATION DE DONNEES

Statistiques

Série statistique : Liste de données

Ex : liste de réponses des personnes interrogées pour un sondage
- liste des notes des élèves passant le brevet en 2010 en maths
- liste des âges des salariés d'une entreprise …etc…

Organisation : On présente souvent les séries statistiques dans un tableau.

Effectif d'une valeur : Nombre de fois où elle apparait
Effectif total : Effectif de toutes les données = Somme de tous les effectifs.
Ex : L'effectif des salariés de 32 ans est le nombre de salariés ayant 32 ans.

Classes

Regroupement

Classes : Si les données sont dispersées (trop nombreuses), on peut les regrouper en groupes de données pour faciliter leur lecture : les classes.

Amplitude de la classe = plus grande valeur − plus petite valeur

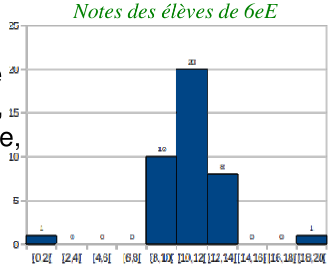
Ex : L'âge des personnes interrogées peut-être regroupé en classes de 10 ans d'amplitude : de 0 à 9 ans, de 10 à 19 ans, de 20 à 29 ans, de 30 à 39 ans …etc…

ATTENTION
Chaque valeur doit être dans une classe et une seule.
En utilisant des classes, les résultats sont plus simples mais moins précis.

Effectif de la classe = Somme des effectifs de toutes les données de la classe

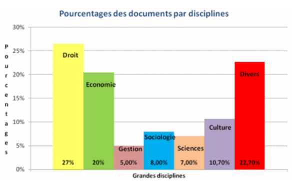
Histogramme

Notes des élèves de 6eE



Vocabulaire : Dans ce cas, on peut représenter la série statistique sous la forme d'un ''diagramme en rectangles'', appelé histogramme. Si les classes ont la même amplitude, les rectangles ont la même largeur.

Remarque : ⚠
Les ordinateurs confondent ''histogramme'' et ''diagramme en bâtons''.



Graphiques

Graphique cartésien ou courbe

On présente une grandeur en ordonnée en fonction d'une autre en abscisse.

Les axes sont gradués de façon régulière.

Cela permet de représenter une évolution, comme dans le carnet de santé par exemple.

Quantité de levure en fonction de la quantité de pain

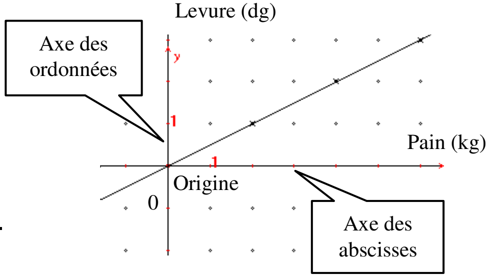
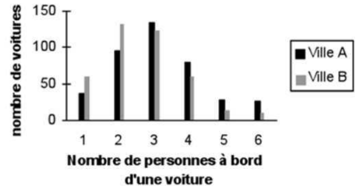


Diagramme en bâtons

Les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs qu'ils représentent.
Si besoin, on complète un tableau de proportionnalité pour calculer la hauteur de chaque ''bâton''.

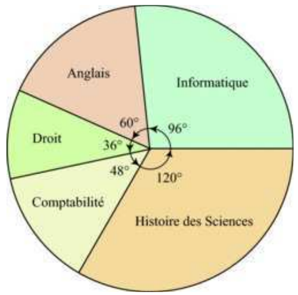
Nombre de personnes à bord d'une voiture



Diagrammes circulaires

Les angles des secteurs sont proportionnels aux effectifs qu'ils représentent.

Option choisie par les étudiants



Le coefficient de proportionnalité est
- pour un diagramme circulaire :

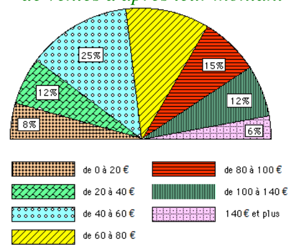
$$\text{coef} = \frac{360}{\text{Effectif total}}$$

- pour un diagramme semi-circulaire :

$$\text{coef} = \frac{180}{\text{Effectif total}}$$

On doit compléter un tableau de proportionnalité pour calculer la mesure de chaque angle.

Répartition en % du nombre de ventes d'après leur montant



STATISTIQUES ET PROBABILITES

Les STATISTIQUES sont le moyen de traiter une grande quantité de données (par exemple des réponses à une question ou des évènements qui se sont produits) pour les rendre lisibles et utilisables grâce aux maths.

C'est l'analyse du PASSE.

On analyse le comportement d'une série de données, en calculant plusieurs valeurs spéciales (lorsque les résultats sont des nombres) qui la caractérisent.
L'étendue et l'écart interquartile précisent la **dispersion** des autres données.
La moyenne, la médiane et les quartiles précisent leur **position**.

Fréquence d'une donnée ou d'une classe

$$= \frac{\text{Effectif de la donnée ou de la classe}}{\text{Effectif total}} = \frac{\text{Nombre de fois où la donnée apparaît}}{\text{Nombre total de données}}$$

Chaque fréquence est comprise entre 0 et 1. On peut l'exprimer sous forme de %.
La somme des fréquences de toutes les données est égale à 1 (ou à 100%).

Moyenne — On peut utiliser 2 méthodes de calcul.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{Somme de toutes les données}}{\text{Nombre de données}}$$

Moyenne pondérée => Lorsque les valeurs se répètent souvent, ou lorsque les données sont regroupées en classe, on calcule la moyenne à l'aide des effectifs que l'on utilise comme coefficients.

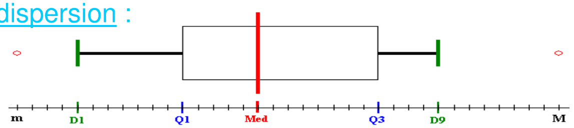
Etendue = Plus grande valeur – Plus petite valeur — C'est une différence.

Médiane — Elle partage la série en deux parties de même effectif.
Il y a autant de valeurs avant qu'après, elle ne dépend pas des valeurs extrêmes.
Pour la trouver, on range les éléments dans l'ordre croissant ou décroissant.

Quartiles — Ils partagent la série en quatre parties égales.
Premier quartile Q1 : plus petite valeur de la série pour laquelle au moins 25% des données sont inférieures ou égales à Q1.
Troisième quartile Q3 : plus petite valeur de la série pour laquelle au moins 75% des données sont inférieures ou égales a Q3.
Pour les trouver : Si le nombre est données est divisible par 4,
on prend la valeur de la série correspondante, sinon on prend la valeur suivante.
Environ la moitié des valeurs d'une série ordonnée sont comprises Q1 et Q3.
La différence Q3 – Q1 s'appelle l'écart interquartile.

!!! Les quartiles sont des données de la série, mais pas forcément la médiane. !!!

Caractéristiques de position et de dispersion :
Elles peuvent être représentées sur un "diagramme en boîte" ou "diagramme à moustache".



Les PROBABILITES sont le moyen de calculer la chance qu'un évènement a de se produire parmi toutes les possibilités ; le plus souvent, les calculs mathématiques sont très simples, mais il faut beaucoup de logique.

C'est l'analyse du FUTUR.

Probabilité d'un évènement

$$= \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}} = \frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre d'issues possibles}}$$

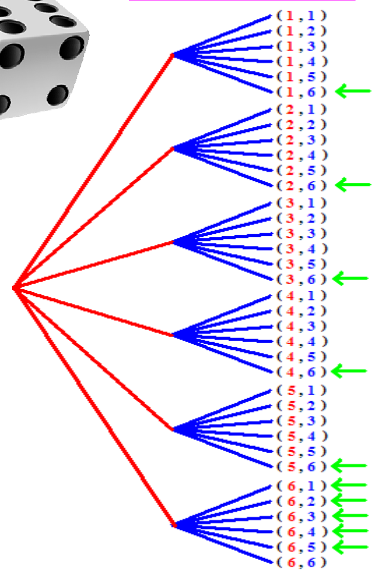
Loi de probabilité
Ensemble des probabilités données pour chaque évènement

Ex : On jette deux dés et on s'intéresse à la somme obtenue.

Il y a 36 possibilités, qui donnent 11 sommes différentes.

2 → 1 fois sur 36
3 → 2 fois sur 36
4 → 3 fois sur 36
5 → 4 fois sur 36
6 → 5 fois sur 36
7 → 6 fois sur 36
8 → 5 fois sur 36
9 → 4 fois sur 36
10 → 3 fois sur 36
11 → 2 fois sur 36
12 → 1 fois sur 36

Sous forme d'arbre



Sous forme de tableau

Eventualités	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilités	$^1/_{36}$	$^2/_{36}$	$^3/_{36}$	$^4/_{36}$	$^5/_{36}$	$^6/_{36}$	$^5/_{36}$	$^4/_{36}$	$^3/_{36}$	$^2/_{36}$	$^1/_{36}$

Calcul de Proba : Quelle est la probabilité que la somme soit un multiple de 3 ?
Cet évènement se produit si la somme est 3, 6, 9, 12.

Donc Probabilité (Somme est multiple de 3) = $\frac{2}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

Autre Calcul : Quelle est la probabilité de tirer un 6 (et un seul) ? (cf flèches)

VRAI OU FAUX ? : « A la loterie, 100% des gagnants ont tenté leur chance. »

STATISTIQUES ET PROBABILITES

EN PRATIQUE …

Un professeur rend un devoir aux élèves de 3ème.

Voici la liste des notes, dans l'ordre croissant::
2 3 3 5 6 8 9 9 10 11 12 12 13 13 13 15 16 16 17 19 19

Ceci constitue une **série de données** statistiques.
La **population** étudiée est "les élèves d'une classe de 3ème".
Le **caractère** étudié est la note du devoir rendu.
On a relevé 21 **données**, donc l'**effectif total** est 21
Les **valeurs du caractères** sont 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; .... ; 20

Moyenne

Il y a 21 notes.

1ère méthode : Moyenne $= \dfrac{\text{Somme de toutes les données}}{\text{Nombre de données}} = \dfrac{231}{21} = 11$

2ème méthode :

Note	2	3	5	6	8	9	10	11	12	13	15	16	17	19
Effectif	1	2	1	1	1	2	1	1	2	3	1	2	1	2
Fréquence	**0,05**	**0,09**	**0,05**	**0,05**	**0,05**	**0,09**	**0,05**	**0,05**	**0,09**	**0,15**	**0,05**	**0,09**	**0,05**	**0,09**

Moyenne Pondérée
=(2 + 3x2 + 5 + 6 + 8 + 9x2 + 10 + 11 + 12x2 + 13x3 + 15 + 16x2 + 17 + 19x2) : 21
=(2 + 6 + 5 + 6 + 8 + 18 + 10 + 11 + 24 + 39 + 15 + 32 + 17 + 38) : 21
= 231 : 21 = 11

Etendue

Etendue = Note max – Note min = 19 – 2 = 17 points

Médiane et Quartiles

Il y a 21 notes. La médiane est la 11ème note, il y a 10 données avant et 10 après.
(Si on a un nombre pair de données, on peut prendre n'importe quelle valeur entre les deux du milieu. Le plus souvent, on prend la moyenne.)
21 : 4 = 5,25 => Q1 est la 6ème valeur.
5,25 x 3 = 15,75 => Q3 est la 16ème valeur.

2 3 3 5 6 8 9 9 10 11 12 12 13 13 13 15 16 16 17 19 19

25% 25% 25% 25%

premier quartile : 8 médiane : 12 (deuxième quartile) troisième quartile : 15

Ecart interquartile Q3 – Q1 = 15 – 8 = 7 points

EN PRATIQUE …

Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas en prévoir avec certitude le résultat.

Ex : on jette un dé à 6 faces et on lit le nombre de la face supérieure.
On appelle **issue** d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.

Tout ensemble d'issues est appelé **événement**.

- Un **événement élémentaire** contient une seule issue.
- L'**événement certain** contient toutes les issues.
- L'**événement impossible** ne contient aucune issue.

On cherche à définir la probabilité d'un événement A, c'est à dire les chances que l'événement A se réalise lors d'une expérience aléatoire.
Cette probabilité sera notée P (A).

Si notre dé n'est pas truqué, il semble raisonnable de penser que chaque face a la même chance qu'une autre d'être tirée. Soit une chance sur 6.

La probabilité de tirer 4 est P(4) = 1/6.
=> Comme chaque événement élémentaire a la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation d'**équiprobabilité**.
La probabilité de tirer 8 est P(8) = 0.
=> La probabilité de l'événement impossible est égale à 0.
La probabilité de tirer un nombre inférieur à 10 est P(inférieur à 10) = 1.
=> La probabilité d'un événement certain est égale à 1.

Un moyen de définir une probabilité est d'effectuer un grand nombre de tirages et d'attribuer à chaque événement élémentaire une probabilité égale à sa fréquence statistique.